МАГНЕТИЗМ

В этом разделе физики изучаются явления, обусловленные магнитным взаимодействием электрически заряженных частиц.

Магнитное поле.

Электрический ток в проводниках - это упорядоченное движение заряженных микрочастиц. Увидеть непосредственно движение этих частиц, т.е. увидеть электрический ток невозможно - слишком малы носители тока (электроны и ионы). Поэтому о наличии электрического тока мы можем судить только по его внешним макроскопическим проявлениям. Наиболее характерными внешними проявлениями тока являются три его действия - химическое, тепловое и магнитное. По этим действиям электрический ток может быть обнаружен и измерен.

Химическое действие тока проявляется при прохождении тока через электролиты - это явление электролиза. При прохождении тока через металлы химического действия нет. Можно обеспечить условия, при которых не будет и теплового действия тока. Если проводник находится в состоянии сверхпроводимости, то его сопротивление равно нулю и проводник не нагревается проходящим через него током.

Таким образом, можно осуществить условия, при которых не проявляются ни тепловое, ни химическое действие электрического тока. Но никаким способом невозможно создать такие условия, при которых отсутствовало бы магнитное действие тока - действие на магнитную стрелку.

Магнитное действие является самым характерным, самым существенным и неотъемлемым свойством электрического тока.

На магнитную стрелку, расположенную вблизи проводника с током, действует сила, поворачивающая эту стрелку. Представления современной физики не допускают дальнодействия, т.е. действия на расстоянии. Два объекта могут взаимодействовать, только находясь в одной точке пространства, будучи приведенными в непосредственный контакт. Следовательно, необходимо предположить, что в пространстве вокруг проводника с током существует силовое поле. Это магнитное поле. Оно и действует на стрелку, не ток действует, а его магнитное поле.

Магнитное поле - это особый вид материи, существующий вокруг проводника с током. Особый в том смысле, что этот вид материи не воздействует непосредственно ни на один из органов чувств человека. Но, тем не менее, это материя, существующая объективно, имеющая объективные свойства, которые можно обнаружить, измерить, описать.

Источником магнитного поля является электрический ток, т.е. движущиеся электрические заряды. Магнитных зарядов в природе не существует (если выражаться осторожнее, то магнитные заряды пока в природе не обнаружены). Магнитное поле создают электрические заряды, но двигающиеся. Неподвижные электрические заряды магнитного поля не создают.

В свою очередь сила со стороны магнитного поля действует только на двигающиеся электрические заряды, т.е. на электрический ток. На неподвижные электрические заряды магнитное поле не действует.

Магнитное поле, также как и электрическое, принято характеризовать двумя векторными величинами - напряженностью и индукцией.

Напряженность обозначают буквой $\vec{H}$, индукцию - $\vec{B}$.

В электрическом поле силовой характеристикой является напряженность $\vec{E}$. В магнитном поле наоборот - силовой характеристикой является индукция $\vec{B}$. Напряженность $\vec{H}$ силовой характеристикой не является. $\vec{H}$ определяется параметрами источника, а именно - силой тока и геометрией проводника. $\vec{H}$ не зависит от свойств среды, а сила магнитного взаимодействия от свойств среды зависит. Поэтому силовой характеристикой магнитного поля является не $\vec{H}$, а вектор $\vec{B}$, зависящий от свойств среды.

Между векторами $\vec{B}$ и $\vec{H}$ существует простое соотношение:

$$\vec{B} = \mu\mu_o\vec{H}.$$

Здесь и в дальнейшем, где это касается магнитных явлений, применяется система единиц СИ.

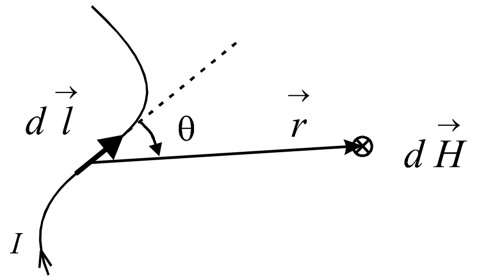
В данном выражении μ - относительная магнитная проницаемость среды - безразмерное число, показывающее - во сколько раз сила магнитного взаимодействия в данной среде отличается от силы взаимодействия в вакууме. Для вакуума (и с большой степенью точности для воздуха) $\mu = 1$.

$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м - абсолютная магнитная проницаемость вакуума, размерная константа.

Закон Био - Савара - Лапласа.

Напряженность магнитного поля $\vec{H}$ всегда прямо пропорциональна силе тока и сильно зависит от геометрии проводника с током. Напряженность $d\vec{H}$, создаваемая бесконечно малым элементом проводника с током длиной dl, рассчитывается с помощью закона Био - Савара - Лапласа (1820 г.):

$$d\vec{H} = \frac{I}{4\pi}\frac{\left[d\vec{l}\cdot\vec{r}\right]}{r^3}$$ - закон Био - Савара - Лапласа.



Направление вектора $d\vec{l}$ совпадает с направлением тока, вектор $\vec{r}$ направлен от элемента тока к точке наблюдения (к точке, в которой определяется поле).

Направление поля $d\vec{H}$ определяется в соответствии с правилом определения направления векторного произведения, по правилу правого винта (буравчика). Рукоятку буравчика следует поворачивать от первого сомножителя (от $d\vec{l}$) ко второму ($\vec{r}$). Тогда направление движения острия буравчика укажет направление векторного произведения, т.е. $d\vec{H}$. В соответствии с этим правилом поле $d\vec{H}$ в точке наблюдения будет в данном случае направлено за чертеж (от нас), что и показано крестиком в кружочке (вид на стрелу со стороны оперения).

Правило правого буравчика при определении направления магнитного поля тока можно применять и другим способом - направлять острие буравчика вдоль тока, тогда направление движения рукоятки буравчика покажет направление поля.

Величина поля dH в соответствии с законом Био - Савара - Лапласа определяется следующим образом:

$$dH = \frac{I\,Sin\theta\,dl}{4\pi r^2}\ .$$

Здесь θ - угол между векторами $d\vec{l}$ и $\vec{r}$.

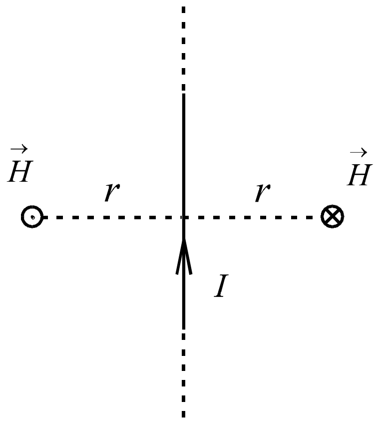
Поле, создаваемое током произвольной конфигурации, может быть вычислено в соответствии с принципом суперпозиции как векторная сумма полей, создаваемых каждым бесконечно малым элементом этого тока:

$$\vec{H} = \int_l d\vec{H}\ .$$

Практически так может быть вычислено поле только тока достаточно простой конфигурации, например, прямолинейного проводника с током произвольной длины, или поле кругового (кольцевого) тока на оси кольца. Поле тока действительно произвольной конфигурации можно таким образом вычислить только численно, с помощью компьютера.

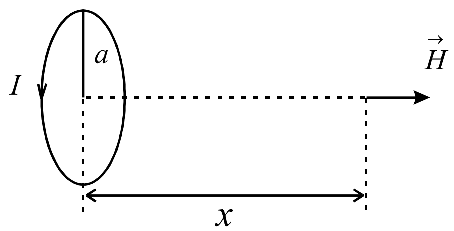
Поле бесконечного прямолинейного проводника с током рассчитывается по формуле:

$$H = \frac{I}{2\pi\, r} \; .$$



Поле на оси кругового тока:

$$H = \frac{I a^2}{2(a^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \; .$$



В частности, в центре витка (x = 0):

$$H = \frac{I}{2a} \; .$$

На основании этого выражения вводится единица измерения напряженности магнитного поля в системе СИ.

Единица напряженности - это напряженность поля в центре кругового витка радиуса 1 метр, по которому проходит ток силой 2 Ампера:

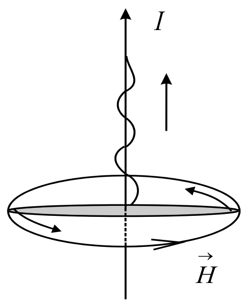
I = 2А , а = 1м, тогда Н = 1 $\frac{А}{м}$ (Ампер на метр).

Магнитное поле, также как и электрическое, можно характеризовать силовыми линиями - линиями, касательные к которым в каждой точке совпадают с вектором напряженности или индукции в этой точке.

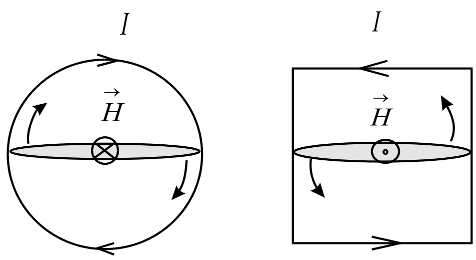
Направление силовой линии совпадает с направлением силы на северный конец магнитной стрелки.

Так как магнитных зарядов в природе нет, то силовым линиям магнитного поля негде начинаться и оканчиваться. Поэтому силовые линии магнитного поля всегда замкнуты. В частности, силовые линии прямого бесконечного тока - окружности с центром в проводнике. Направление силовой линии прямого тока определяется по правилу буравчика - острие направляется вдоль тока, тогда вращение рукоятки покажет направление силовой линии.

При определении направления магнитного поля внутри замкнутого витка с током (не обязательно кругового) правило буравчика удобнее применять иначе - рукоятку буравчика вращать вдоль направления тока, тогда движение острия покажет направление магнитного поля.



Определение направления силовой линии магнитного поля прямого тока.

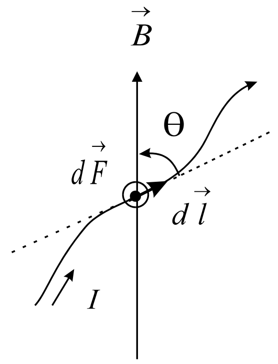


Определение направления магнитного поля внутри замкнутого витка с током.

Конфигурацию силовых линий магнитного поля проводников с током различной формы можно непосредственно наблюдать, поместив в это поле металлические опилки. Выстраиваясь вдоль силовых линий, опилки делают видимой картину силовых линий.

Действие магнитного поля на проводник с током. Закон Ампера.

Сила, действующая на малый элемент тока в магнитном поле, определяется из закона Ампера.



$$d\vec{F} = I\left[d\vec{l}\cdot\vec{B}\right]$$ - Закон Ампера.

Величина силы:

$$dF = I\cdot dl\cdot B\cdot Sin\theta$$

Направление силы определяется в соответствии с правилом правого буравчика для векторного произведения - рукоятка буравчика вращается от первого сомножителя (от $d\vec{l}$) ко второму (к $\vec{B}$), тогда движение острия буравчика покажет направление векторного произведения (силы $d\vec{F}$).

Направление силы со стороны магнитного поля на проводник с током можно определять также с помощью правила левой руки - ладонь левой руки располагается таким образом, чтобы силовые линии вектора $\vec{B}$ входили в ладонь, четыре пальца направлялись вдоль тока, тогда отставленный большой палец покажет направление силы.

В данном случае направление силы - на нас (от плоскости чертежа).

Полная сила на весь проводник с током определяется суммированием всех сил, действующих на каждый малый элемент:

$$\vec{F} = \int_l d\vec{F} \ .$$

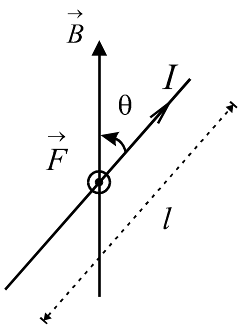
В частности, если проводник прямой, а поле постоянно вдоль проводника, то:

$$\vec{F} = I\left[\vec{l}\cdot\vec{B}\right]$$

Величина силы:

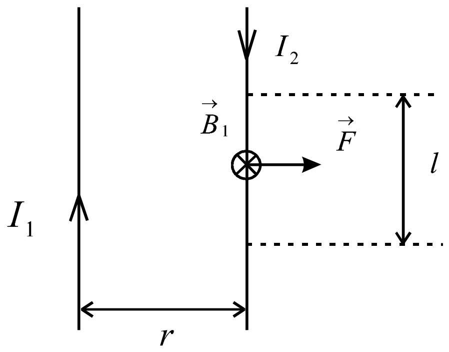
$$F = B \cdot I \cdot l \cdot Sin\theta \ .$$

Вектор $\vec{l}$ направлен вдоль тока.



Взаимодействие двух параллельных проводов с током.
Единица силы тока - Ампер.

Рассмотрим два параллельных провода бесконечной длины. По первому проводу проходит ток I_1 , по второму - I_2 . Расстояние между проводами r .



Там, где находится второй провод, существует магнитное поле первого провода, вычисляемое по формуле:

$H_1 = \dfrac{I_1}{2\pi r}$. Индукция этого поля $B_1 = \mu \cdot \mu_o \cdot H_1 = \dfrac{\mu \cdot \mu_o \cdot I_1}{2\pi r}$.

Направлено это поле от нас (за плоскость чертежа) в соответствии с правилом правого буравчика. Во всех точках 2 - го провода это поле одинаково, т.к. для всех точек одинаково расстояние r .

Поэтому сила, действующая на участок второго провода длиной l, равна:

$$F = B_1 I_2 l \ . \quad (\text{угол } \theta = \frac{\pi}{2})$$

Подставляя сюда выражение для B_1 , получим:

$$F = \frac{\mu \cdot \mu_o \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot l}{2\pi r}$$ - сила на участок проводника длиной l.

Направление этой силы согласно правилу левой руки - слева направо.

На каждый метр длины второго проводника действует сила:

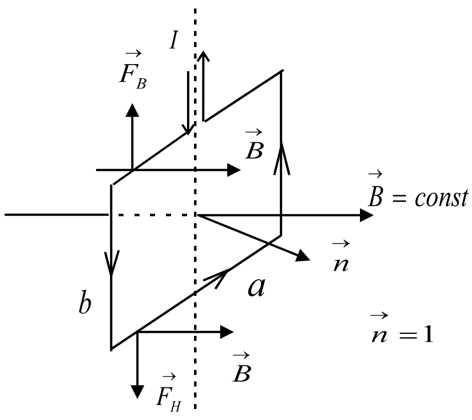
$$F_1 = \frac{F}{l} = \frac{\mu \cdot \mu_o \cdot I_1 \cdot I_2}{2\pi r}$$ - сила на единицу длины.

Взаимодействие параллельных бесконечных прямолинейных проводников с током является эталоном четвертой основной единицы в системе СИ - единицы силы тока Ампера.

Ампер - это сила постоянного тока, который, проходя по двум параллельным проводникам бесконечной длины и ничтожно малого сечения, расположенным на расстоянии 1 метр один от другого в вакууме, вызвал бы между этими проводниками силу, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Ньютона на каждый метр длины.

Контур с током в магнитном поле.

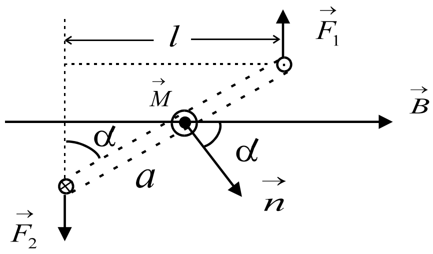
Определим результирующую силу, действующую на замкнутый контур с током в однородном магнитном поле.



На рисунке $\vec{n}$ - единичный безразмерный вектор нормали к поверхности рамки. Стороны рамки a и b. Ток в рамке I. Индукция поля $\vec{B}$.

В соответствии с правилом левой руки на верхнюю сторону рамки действует сила $\vec{F}_B$, направленная вверх, на нижнюю сторону - сила $\vec{F}_H$, направленная вниз. Эти две силы равны друг другу по величине, так как верхняя и нижняя стороны рамки имеют одинаковую длину, по ним проходит один и тот же ток, они находятся в одинаковом поле. Обе силы направлены по одной линии в противоположные стороны. Следовательно, эти две силы полностью компенсируют друг друга, они могут лишь растянуть (или сжать при другом направлении тока) рамку.

Рассмотрим теперь силы, действующие на боковые стороны рамки. Для этого удобнее изобразить вид сверху на эту рамку.



В соответствии с правилом левой руки на боковые стороны рамки действуют силы $\vec{F}_1$ и $\vec{F}_2$, равные по величине (т.к. стороны одинаковой длины, одинаков ток и одинаково поле) и противоположные по направлению. Их векторная сумма равна нулю, но они действуют не по одной прямой, поэтому механический момент этих сил не равен нулю. Две силы, равные по величине, противоположные по направлению и действующие не по одной прямой, называются парой сил. Механический момент пары сил относительно любой оси равен:

$$M = F \cdot l \ .$$

Здесь $F = F_1 = F_2$, l - расстояние между линиями действия сил.

Направление вектора момента связано с направлением вращающего действия сил правилом правого винта, в данном случае вектор момента направлен на нас.

Из рисунка видно, что $l = a \cdot Sin\alpha$, где α - угол между векторами $\vec{B}$ и $\vec{n}$. Следовательно:

$$M = F \cdot a \cdot Sin\alpha \, .$$

На основании закона Ампера $F = B \cdot I \cdot b$ (угол между током и полем равен $\frac{\pi}{2}$). Подставляя это в выражение для M, получим:

$$M = B \cdot I \cdot a \cdot b \cdot Sin\alpha \, .$$

Площадь рамки $S = a \cdot b$, следовательно:

$$M = B \cdot I \cdot S \cdot Sin\alpha \, .$$

<u>Определение</u>: Вектор $\vec{p}_m = I \cdot S \cdot \vec{n}$ называется магнитным моментом рамки
с током.

Его величина: $p_m = I \cdot S$. Тогда:

$$M = B \cdot p_m \cdot Sin\alpha .$$

Вектор $\vec{p}_m$ связан с направлением тока в рамке правилом правого винта, иными словами вектор $\vec{p}_m$ совпадает по направлению с собственным магнитным полем рамки в ее центре.

Последнее выражение и соотношение направлений векторов $\vec{p}_m$, $\vec{B}$ и $\vec{M}$ на рисунке позволяет записать окончательно:

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m \cdot \vec{B} \right] .$$

Так вычисляется механический момент, действующий на рамку с током в однородном магнитном поле.

Данный результат справедлив для произвольного плоского контура с током, не обязательно прямоугольного (без доказательства).

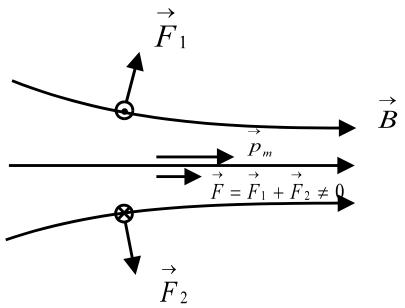
Из формулы следует, что:

$M = 0$, если $\vec{p}_m \,||\, \vec{B}$ (угол $\alpha = 0$, или π - рамка перпендикулярна полю),

$|M| = p_m \cdot B = \max$, если $\vec{p}_m \perp \vec{B}$ (угол $\alpha = \pm\frac{\pi}{2}$ - рамка параллельна полю).

Если поле неоднородно ($\vec{B} \neq const$), то силы F_1 и F_2 в общем случае не равны друг другу по величине ($F_1 \neq F_2$), их векторная сумма не равна нулю и кроме вращающего момента на контур действует результирующая сила, втягивающая его в область более сильного поля, если $\alpha < \frac{\pi}{2}$, и выталкивающая из области более сильного поля, если $\alpha > \frac{\pi}{2}$.

Вид сверху на рамку в неоднородном поле:

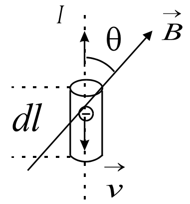


В данном случае рамка втягивается в область более сильного поля (угол $\alpha < \frac{\pi}{2}$).

Сила Лоренца.

Сила Лоренца - это сила, действующая со стороны магнитного поля на одиночный электрический заряд.

Рассмотрим силу, действующую со стороны магнитного поля на малый прямолинейный элемент тока длиной dl. Носителем тока является в проводнике электрон - отрицательная элементарная частица. Направление тока и направление упорядоченного движения (направление скорости $\vec{v}$) электрона противоположны. Угол между направлением тока и полем θ.



Согласно закону Ампера на элемент тока длиной dl действует сила:

$$dF = I \cdot dl \cdot B \cdot Sin\theta.$$

$$I = j \cdot S,$$

где $j = q \cdot n \cdot v$ - плотность тока, q - величина заряда электрона, n - концентрация электронов в проводнике, S - сечение проводника.

Таким образом:

$$dF = q \cdot n \cdot v \cdot S \cdot dl \cdot B \cdot Sin\theta.$$

Учитывая, что $dV = S \cdot dl$ - объем проводника и обозначая $dN = n \cdot dV$ - полное число электронов в этом объеме, получим:

$dF = q \cdot v \cdot B \cdot dN \cdot Sin\theta$ - сила на проводник, т.е. на все dN электронов.

Разделив эту силу на число электронов dN, получим выражение для силы, действующей на один электрон:

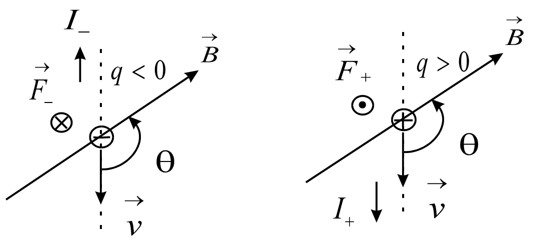
$F = \dfrac{dF}{dN} = q \cdot v \cdot B \cdot Sin\theta$ - сила на один электрон.

В векторном виде:

$$\vec{F} = q\left[\vec{v}\cdot\vec{B}\right]$$ - сила, действующая на одиночную заряженную частицу (не обязательно только электрон), движущуюся в магнитном поле.

Направление этой силы определяется по правилу правого винта для векторного произведения, но с учетом знака заряда q. Для положительного заряда q направление силы совпадает с направлением векторного произведения векторов $\vec{v}$ и $\vec{B}$, для отрицательного заряда направление силы противоположно направлению векторного произведения.

Направление силы Лоренца можно определять и с помощью правила левой руки, учитывая, что направление тока совпадает с направлением скорости для положительной частицы и противоположно скорости для отрицательной частицы.



Из выражения для силы Лоренца следует, что эта сила равна нулю, если частица движется параллельно силовым линиям поля (угол $\theta = 0$). Если частица движется перпендикулярно силовым линиям (угол $\theta = \pm\frac{\pi}{2}$), то величина силы Лоренца максимальна.

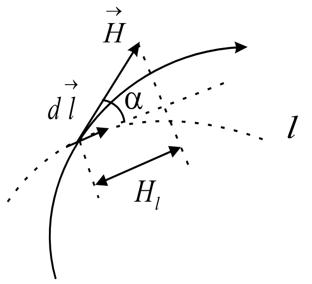
Сила Лоренца равна нулю также и в том случае, когда скорость частицы равна нулю.

Таким образом, магнитное поле не действует на заряженную частицу, если она неподвижна, либо движется параллельно силовым линиям магнитного поля.

Циркуляция напряженности магнитного поля.

По определению циркуляцией вектора напряженности магнитного поля вдоль замкнутого контура l называется скалярная величина:

$$\oint_l H_l\,dl$$ - циркуляция напряженности магнитного поля.



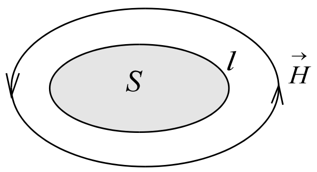
Здесь H_l - проекция вектора $\vec{H}$ на направление $d\vec{l}$.

$$H_l \cdot dl = H \cdot Cos\alpha \cdot dl = \vec{H} \cdot d\vec{l}$$

Сформулируем без вывода соотношение, называемое иногда теоремой о циркуляции магнитного поля:

$$\oint_l H_l \, dl = I . \qquad \text{(В системе СИ)}$$

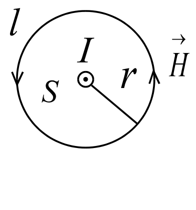
В этом выражении I - полный ток через поверхность S, ограниченную контуром l.



Теорема о циркуляции напряженности магнитного поля позволяет рассчитывать поля токов некоторых простых конфигураций короче и проще, чем с помощью закона Био - Савара - Лапласа.

Например, поле бесконечного прямого проводника. Из соображений симметрии следует, что в данном случае в плоскости, перпендикулярной проводнику, величина магнитного поля одинакова всюду на окружности с центром в проводнике, а направление магнитного поля на этой окружности совпадает с направлением касательной к ней.

Выбираем контур l совпадающим с этой окружностью. Ее радиус обозначим r. Тогда длина контура $l = 2 \cdot \pi \cdot r$. Площадь S, ограниченная этим контуром, пронизывается током I.



Так как поле на контуре l всюду одинаково и направлено по касательной, то в данном случае $H_l = H = const$ всюду на l. Циркуляция напряженности магнитного поля по этому круговому контуру вычисляется таким образом:

$$\oint_l H_l\,dl = \oint_l H\,dl = H\oint_l dl = H\cdot l = H\cdot 2\cdot\pi\cdot r.$$

С другой стороны, на основании теоремы о циркуляции

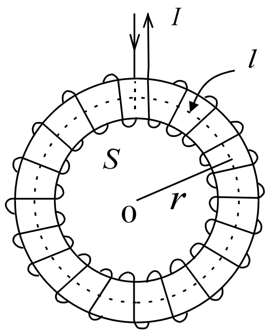
$$\oint_l H_l\,dl = I.$$

Следовательно $H\cdot 2\cdot\pi\cdot r = I$.

Отсюда $H = \dfrac{I}{2\cdot\pi\cdot r}$ - поле прямого бесконечного тока.

Поле тороида и поле соленоида.

Тороид - это конструкция, образованная проводником, намотанным вплотную виток к витку на тор.



Из соображений симметрии следует, что напряженность поля во всех точках окружности радиуса r с центром в т. О одинакова и направлена по касательной к этой окружности, т.е. $H_l = H = const$ на окружности (на рисунке эта окружность показана пунктиром).

Тогда циркуляция напряженности магнитного поля вдоль контура l, совпадающего с этой окружностью, равна:

$$\oint_l H_l\,dl = \oint_l H\,dl = H\oint_l dl = H\cdot l = H\cdot 2\cdot\pi\cdot r.$$

По теореме о циркуляции эта величина должна быть равна полному току через поверхность S, ограниченную контуром l. Эту поверхность пронизывает каждый из витков. Всего этих витков N. По каждому витку проходит ток I. Таким образом, полный ток, пронизывающий поверхность S, равен $N \cdot I$.

Приравниваем циркуляцию и полный ток:

$$H \cdot 2 \cdot \pi \cdot r = N \cdot I .$$

Отсюда получаем:

$$H = \frac{N \cdot I}{2 \cdot \pi \cdot r} = n \cdot I$$ - поле тороида.

Здесь $n = \frac{N}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{N}{l}$ - число витков на единицу длины тороида (плотность навивки).

Магнитное поле тороида сосредоточено внутри его витков. За пределами витков поле отсутствует (если витки вплотную друг к другу).

Соленоид - это конструкция, образованная проводником, намотанным на цилиндрическую поверхность. Бесконечный соленоид можно рассматривать как тороид бесконечного радиуса ($r \to \infty$). Тогда выражение для поля тороида будет справедливым и для поля бесконечного соленоида.

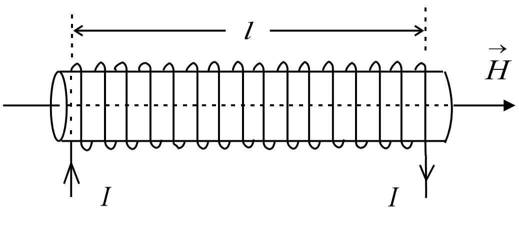
$$H = n \cdot I$$ - поле бесконечного соленоида,

где n - число витков на единицу длины.

Реально бесконечных соленоидов не бывает. Формулой для поля бесконечного соленоида можно пользоваться для соленоидов, длина которых много больше диаметра витков (длинный соленоид). В этом случае:

$$n = \frac{N}{l}$$, где l - длина соленоида.

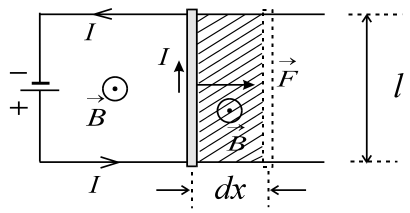
Выражение для поля длинного соленоида справедливо только для внутренней области соленоида вдали от его краев. В этой области магнитное поле длинного соленоида однородно (не зависит от координат).



Если длина соленоида соизмерима с диаметром его витков (короткий соленоид), то поле такого соленоида можно рассчитывать только с помощью закона Био - Савара - Лапласа и принципа суперпозиции. Формула для поля длинного соленоида для короткого соленоида неприменима.

Работа в магнитном поле. Магнитный поток.

Рассмотрим движение прямолинейного проводника с током в однородном магнитном поле. Предположим, что замкнутая электрическая цепь состоит из источника тока, жесткой прямоугольной рамки, в которой четвертой стороной является прямолинейный отрезок проводника, скользящий по этой рамке перпендикулярно своей длине на плоскости чертежа слева направо. Вся конструкция помещена в однородное магнитное поле, ориентированное перпендикулярно плоскости чертежа на нас.



Длина подвижного проводника l, сила тока I, индукция магнитного поля $\vec{B}$.

На подвижный проводник действует сила со стороны магнитного поля, определяемая из закона Ампера:

$$F = B \cdot I \cdot l \qquad \text{(угол между полем и током равен } \tfrac{\pi}{2}\text{).}$$

Направление этой силы определяется по правилу левой руки и в данном случае совпадает с направлением перемещения - слева направо. При перемещении проводника на расстояние dx сила (т.е. магнитное поле) совершает работу:

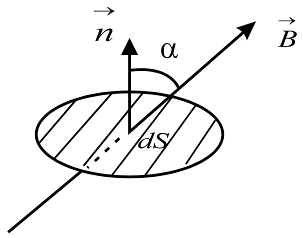
$$\delta A = F \cdot dx = B \cdot I \cdot l \cdot dx = B \cdot I \cdot dS,$$

где $dS = l \cdot dx$ - площадь, перекрываемая проводником при своем движении.

<u>Определение</u>: Скалярная величина, равная скалярному произведению вектора индукции на вектор, направленный по нормали к элементу поверхности dS и равный по величине площади этой поверхности, называется потоком вектора магнитной индукции через поверхность dS, или короче - магнитным потоком через поверхность dS.

$$d\Phi = \vec{B} \cdot d\vec{S} = B \cdot dS \cdot Cos\alpha = B_n \cdot dS.$$

$B_n = B \cdot Cos\alpha$ - проекция вектора $\vec{B}$ на направление нормали к поверхности $\vec{n}$, $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$, $\left|\vec{n}\right| = 1$.



Полный поток через произвольную поверхность S определяется как сумма потоков через все его элементы:

$$\Phi = \int_S d\Phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int_S B_n \cdot dS .$$

В частности, если S - плоскость, а $\vec{B} = const$, то

$$\Phi = B \cdot S \cdot Cos\alpha = B_n \cdot S .$$

Поток в системе СИ измеряется в Веберах (Вб). Из выражения

$$\Phi = B \cdot S$$

устанавливается единица измерения индукции магнитного поля B.

$$B = \frac{\Phi}{S} .$$

$$\frac{1\ B\delta}{1\ M^2} = 1\ T \quad \text{(Тесла).}$$

Определив понятие магнитного потока, вернемся теперь к вычислению работы магнитного поля при перемещении проводника с током.

$$\delta A = B \cdot I \cdot dS = I \cdot d\Phi .$$

Здесь $d\Phi = B \cdot dS$ (т.к. в данном случае угол $\alpha = 0$).

Таким образом, работа магнитного поля равна

$$\delta A = I \cdot d\Phi \ .$$

Это выражение получено для движения прямолинейного проводника в однородном магнитном поле, но оно справедливо при произвольном движении произвольного проводника в произвольном магнитном поле (без доказательства).

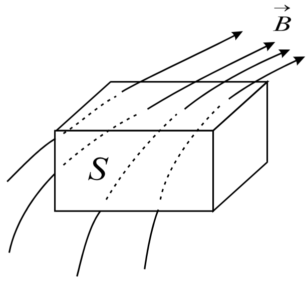
При перемещении проводника на конечное расстояние полная работа определяется как сумма работ на всех малых участках:

$$A = I \cdot \int d\Phi = I \cdot \Phi \qquad (I = const) .$$

Здесь Φ - магнитный поток через поверхность, перекрываемую проводником при своем движении.

Теорема Остроградского - Гаусса для магнитного поля.

Силовые линии магнитного поля всегда замкнуты сами на себя. Это означает, что число силовых линий, входящих в какой - либо объем пространства, должно быть равно числу силовых линий, выходящих из этого объема, т.к. силовые линии нигде не обрываются.



Это означает, что полный поток вектора магнитной индукции через любую замкнутую поверхность, ограничивающую произвольный объем, всегда должен быть равен нулю.

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \oint_S B_n \cdot dS = 0 \cdot$$

Это и есть теорема Остроградского - Гаусса для магнитного поля.

Электромагнитная индукция.

Любое изменение магнитного потока через поверхность, ограниченную проводником, приводит к появлению ЭДС в этом проводнике - ЭДС индукции.

Это физическое явление называется явлением электромагнитной индукции.

Следует обратить внимание на недостаточно четкое внешнее различие в терминологии. Индукция магнитного поля - это вектор $\vec{B}$, а электромагнитная индукция - это физическое явление.

Величина ЭДС индукции пропорциональна скорости изменения магнитного потока. В системе СИ ЭДС индукции просто равна скорости изменения потока:

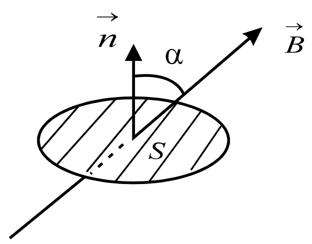
$$\varepsilon_{\text{инд}} = -\frac{d\Phi}{dt}$$ - закон электромагнитной индукции Фарадея.

Знак минус отражает правило Ленца - индукционный ток всегда имеет такое направление, чтобы своим магнитным полем препятствовать тому изменению магнитного потока, которое вызвало этот ток.

Индукционный ток может и отсутствовать, если контур, образуемый проводником, разомкнут. ЭДС индукции имеет место всегда при изменении потока, независимо от того, замкнут контур или разомкнут.

В определении магнитного потока содержится три величины, от которых он зависит. В простейшем случае поток вычисляется по формуле:

$$\Phi = B \cdot S \cdot Cos\alpha \qquad (\vec{B} = const,\ S \text{ - плоскость}).$$

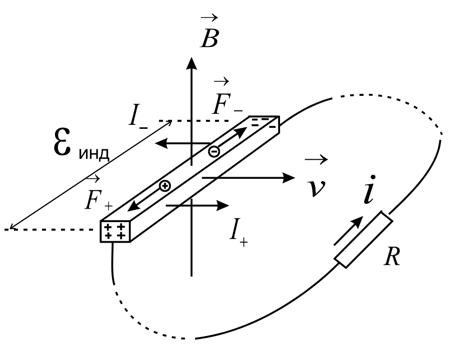


Поток может измениться из-за изменения $\vec{B}$, S или α (могут меняться одновременно и две величины из трех и даже одновременно все три). Любое изменение любой из этих величин приведет к изменению потока и, следовательно, к появлению ЭДС индукции.

Рассмотрим физическую причину появления ЭДС индукции при изменении каждой из указанных величин в отдельности. Начнем с последних двух.

Изменение площади S, ограниченной контуром, означает деформацию контура, изменение угла α означает поворот плоскости контура. И то, и другое означает механическое перемещение контура или его элементов.

Возникновение ЭДС индукции, вызванное механическим перемещением проводника, удобнее рассмотреть на примере движения прямого проводника в однородном магнитном поле. Пусть отрезок прямолинейного проводника движется прямолинейно поперек самого себя и поперек силовых лини поля.



В проводнике имеются заряженные частицы - электроны и положительные ионы. Вместе с проводником эти частицы двигаются в магнитном поле со скоростью движения проводника $\vec{v}$. Следовательно, на них действует сила со стороны магнитного поля - сила Лоренца. Направление этой силы устанавливается с помощью правила левой руки с учетом того, что направление тока положительных частиц (I_+) совпадает с направлением их скорости, а ток отрицательных частиц (I_-) направлен против их скорости. Индукция магнитного поля $\vec{B}$ направлена снизу вверх и по правилу левой руки (силовые линии - в ладонь, четыре пальца - вдоль тока, большой палец - вдоль силы) сила на положительные частицы направлена вдоль проводника к нам, сила на отрицательные частицы - вдоль проводника от нас.

Положительные частицы - ионы связаны с кристаллической решеткой и с места не сдвинутся. Отрицательные частицы - электроны могут свободно перемещаться внутри металла. Поэтому они будут двигаться под действием силы Лоренца к дальнему концу проводника и будут накапливаться там, т.к. за пределы металла они выйти не могут (поверхностный потенциальный барьер удерживает их внутри). На ближнем к нам конце проводника будет образовываться недостаток электронов, т.е. избыток положительных зарядов.

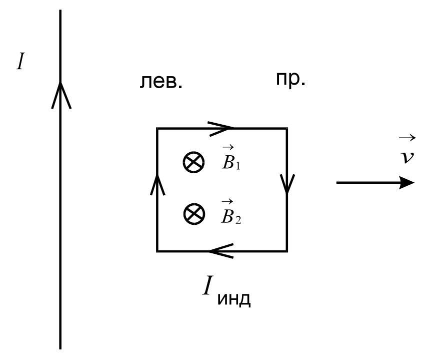
Между зарядами возникнет электрическое поле, направленное от (+) к (-), а это будет означать, что между концами проводника появится разность потенциалов, поддерживаемая силой не электростатического происхождения, что и означает появление ЭДС - ЭДС индукции. Если к концам проводника подключить внешнюю цепь, то в ней появится ток - индукционный ток.

Таким образом, причиной появления ЭДС индукции при механическом движении проводника является сила Лоренца, действующая на электроны, движущиеся вместе с проводником в магнитном поле.

Эта причина действует при деформации контура (изменение S), при повороте контура (изменение угла α) и при любом другом движении контура в магнитном поле.

В частности, эта причина действует при перемещении не деформирующегося и не поворачивающегося контура в неоднородном магнитном поле. В этом случае поток меняется из-за перехода рамки в сторону уменьшения или увеличения поля (площадь и угол при этом не меняются).

Например, замкнутую рамку удаляем в плоскости чертежа, не поворачивая, от прямого проводника с постоянным током I.



В левой и правой сторонах рамки появляются ЭДС индукции, направленные навстречу друг другу в контуре. Левая сторона ближе к источнику поля (к току I), т.е. находится в области более сильного поля, чем правая, поэтому величина ЭДС индукции в левой стороне больше, чем в правой. Суммарная ЭДС индукции в контуре отлична от нуля.

$$B_{\text{лев}} > B_{\text{пр}} \quad \text{---->} \quad \mathcal{E}_{\text{лев}} > \mathcal{E}_{\text{пр}} \quad \text{------>} \quad \mathcal{E}_{\text{инд}} \neq 0 .$$

Направление индукционного тока в контуре можно найти с помощью правила Ленца следующим образом:

1. Устанавливаем направление внешнего, первичного поля, пронизывающего поверхность, ограниченную контуром - $\vec{B}_1$ (внутри контура). В данном случае это поле направлено на нас (по правилу правого винта).

2. Выясняем, что делается с потоком этого поля - увеличивается или уменьшается ?

$$\Delta\Phi > 0 \,? \quad \text{или} \quad \Delta\Phi < 0 \,?$$

В данном случае уменьшается, т.к. рамка уходит в область более слабого поля.

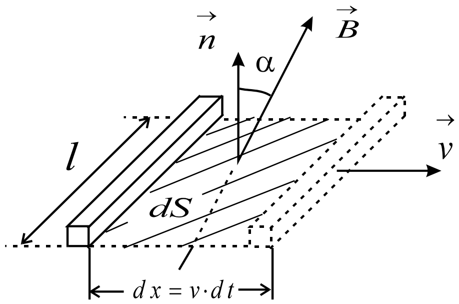
3. Теперь применяем правило Ленца - магнитное поле индукционного тока $\vec{B}_2$ (вторичное поле) должно препятствовать любому изменению первичного потока. В данном случае вторичное поле должно препятствовать уменьшению потока первичного поля. Следовательно, вторичное поле должно складываться с первичным, усиливать его, увеличивая уменьшающийся поток, т.е. вторичное поле должно быть направлено в ту же сторону, что и первичное.

$$\vec{B}_2 \uparrow\uparrow \vec{B}_1, \ \text{т.к.} \ \ \Delta\Phi < 0 .$$

4. Наконец, с помощью правила правого винта устанавливаем направление индукционного тока таким образом, чтобы его магнитное поле было направлено в ту же сторону, что и первичное - от нас. Острие буравчика направляем от нас (вдоль поля $\vec{B}_2$), тогда рукоятка будет поворачиваться по часовой стрелке - это и будет направление индукционного тока.

Теперь вернемся к движению прямолинейного проводника в однородном магнитном поле и вычислим возникающую на его концах ЭДС индукции с помощью закона Фарадея. Для большей общности рассмотрим случай, когда поле $\vec{B}$ составляет произвольный угол α с нормалью $\vec{n}$ к поверхности, перекрываемой проводником при его движении.

Двигаясь со скоростью v, проводник за время dt пройдет расстояние $dx = v \cdot dt$ и перекроет при этом площадь $dS = l \cdot dx = l \cdot v \cdot dt$, где l - длина проводника.



Магнитный поток через перекрываемую поверхность dS:

$$d\Phi = B \cdot dS \cdot Cos\alpha = B \cdot l \cdot v \cdot Cos\alpha \cdot dt.$$

Отсюда в соответствии с законом Фарадея находим ЭДС индукции:

$$\mathcal{E}_{\text{инд}} = -\frac{d\Phi}{dt} = -B \cdot l \cdot v \cdot Cos\alpha = -B_n \cdot l \cdot v.$$

Такова ЭДС индукции на концах прямолинейного проводника, движущегося в магнитном поле перпендикулярно самому себе. Например, такова будет величина ЭДС индукции на концах крыльев самолета, летящего в магнитном поле земли.

Знак минус чаще всего практического значения не имеет. Он лишь напоминает о правиле Ленца. При решении конкретных задач его можно опустить в окончательном ответе.

Итак, при механическом движении проводника в магнитном поле возникновение ЭДС индукции обусловлено силой Лоренца.

Пусть теперь контур неподвижен, но меняется во времени индукция магнитного поля $\vec{B}$. В этом случае в соответствии с законом Фарадея в контуре тоже возникает ЭДС индукции и, если контур замкнут, индукционный ток. Что в этом случае является причиной появления ЭДС индукции, какая сила в этом случае перемещает электроны по контуру, обеспечивая прохождение по нему индукционного тока ? Контур неподвижен и вместе с ним неподвижны (в среднем) все заряженные частицы в нем. На неподвижные заряды сила Лоренца не действует, она в этом случае не может быть причиной появления ЭДС индукции.

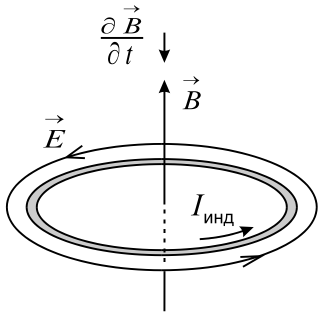
На заряженные частицы может действовать сила со стороны либо электрического, либо магнитного поля. Магнитное поле в данном случае не может действовать, так как частицы неподвижны, следовательно, остается только одна возможность - ЭДС индукции и индукционный ток обусловлены в данном случае электрическим полем. Двигает электроны в проводнике и образует ток индукции в этом случае именно электрическое поле.

Это новая разновидность электрического поля. Источником этого поля является не электрический заряд, а меняющееся во времени магнитное поле.

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \to \vec{E}.$$

Силовые линии этого нового вида электрического поля не начинаются и не оканчиваются на зарядах, а замкнуты сами на себя, т.е. это электрическое поле является вихревым. Работа этого поля при перемещении заряда по произвольному замкнутому контуру в общем случае не равна нулю.

Силовые линии вихревого электрического поля охватывают силовые линии меняющегося во времени магнитного поля $\vec{B}$.



Если в том месте, где имеется такое поле $\vec{E}$, поместить замкнутый проводник, то поле $\vec{E}$ вызовет движение электронов в этом проводнике, т.е. индукционный ток.

Направление вектора изменения магнитного поля $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ связано с направлением силовых линий вихревого электрического поля $\vec{E}$ правилом левого винта (запоминать необязательно).

Таким образом, в случае изменения во времени магнитного поля причиной появления ЭДС индукции является вихревое электрическое поле, источником которого является меняющееся магнитное поле.

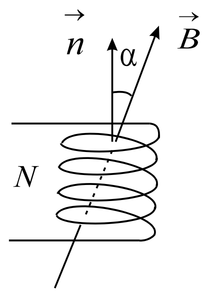
Итак, существуют две физические причины появления ЭДС индукции - сила Лоренца и вихревое электрическое поле.

Если в магнитном поле находится не один виток, а катушка с N витками (соленоид), то суммарный поток вычисляется по формуле:

$$\Phi = N \cdot \Phi_1 = N \cdot \int_S B_n \cdot dS \ .$$

Если $\vec{B} = const$, то

$$\Phi = N \cdot B_n \cdot S = N \cdot B \cdot S \cdot Cos\alpha \, .$$



В этом случае Φ называется потокосцеплением.

Заряд, проходящий в контуре.

Закон электромагнитной индукции Фарадея в сочетании с законом Ома позволяет определить величину заряда, проходящего в контуре в результате явления электромагнитной индукции.

$$\varepsilon_{\text{инд}} = -\frac{d\Phi}{dt}$$ - закон электромагнитной индукции Фарадея.

$$I \cdot R = \varepsilon_{\text{инд}}$$ - закон Ома, R - сопротивление контура.

$$I = \frac{dq}{dt}$$ - определение тока, q - заряд.

Из этих трех выражений получим:

$$R \cdot \frac{dq}{dt} = -\frac{d\Phi}{dt}$$, откуда $$dq = -\frac{1}{R} \cdot d\Phi.$$

Выполняем интегрирование и получаем:

$$q = -\frac{1}{R} \cdot \int_{\Phi_1}^{\Phi_2} d\Phi = -\frac{1}{R} \cdot (\Phi_2 - \Phi_1)$$ - заряд, проходящий в контуре.

Если $\Phi_2 = 0$ - поток убывает до нуля, то $q = \dfrac{\Phi_1}{R}$.

На основании этого последнего соотношения вводится единица измерения потока в системе СИ.

$$\Phi = q \cdot R.$$

$q = 1$ Кл, $R = 1$ Ом, $\Phi = 1$ Вебер $=$ 1 Кл · 1 Ом .

1 Вебер (Вб) - это такой поток, при убывании которого до нуля в сцепленном с ним контуре сопротивлением 1 Ом проходит количество электричества (заряд) 1 Кл.

И уже через единицу измерения потока устанавливается единица измерения индукции магнитного поля.

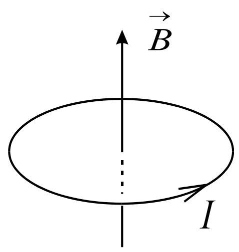
$$\Phi = B \cdot S \;\rightarrow\; B = \frac{\Phi}{S}, \qquad 1\ \text{Т} = \frac{1\ \text{Вб}}{1\ \text{м}^2}.$$

1 Тесла (Т) - это индукция такого однородного поля, которое через площадку 1 м^2, перпендикулярную силовым линиям, создает поток в 1 Вб.

Самоиндукция.

ЭДС индукции появляется при любом изменении потока, независимо от причин этого изменения.

В частности, магнитный поток может создаваться током в самом контуре.



Изменение тока в контуре будет приводить к изменению магнитного поля, т.е. и потока, т.е. к появлению ЭДС индукции.

$$\Delta I \;\rightarrow\; \Delta\vec{B} \;\rightarrow\; \Delta\Phi \;\rightarrow\; \mathcal{E}.$$

Появление ЭДС индукции в контуре в результате изменения тока в этом же контуре называется самоиндукцией.

Индукция магнитного поля $\vec{B}$ пропорциональна силе тока. Поэтому и магнитный поток, создаваемый этим полем, пропорционален силе тока:

$$\Phi = L \cdot I.$$

Коэффициент пропорциональности L в этом равенстве называется индуктивностью контура. Индуктивность равна потоку через поверхность, ограниченную контуром, при силе тока 1 А.

Из этого соотношения устанавливается и единица измерения индуктивности.

$$L = \frac{\Phi}{I} .$$

$$1\,\text{Генри} = \frac{1\ \text{Вб}}{1\ \text{А}} .$$

1 Генри (Г) - это индуктивность такого контура, в котором при силе тока 1 А возникает магнитный поток 1 Вб (Вебер).

Пользуясь законом электромагнитной индукции Фарадея, получим для ЭДС самоиндукции:

$$\varepsilon_{\text{инд}} = -\frac{d\Phi}{dt} = -L \cdot \frac{dI}{dt},$$

т.е. ЭДС самоиндукции пропорциональна скорости изменения тока в контуре.

Индуктивность контура зависит от его геометрии и от свойств среды, в которой находится контур.

Индуктивность длинного соленоида.

Если длина соленоида велика по сравнению с его диаметром, то напряженность магнитного поля в соленоиде вычисляется по формуле:

$$H = n \cdot I = \frac{N}{l} \cdot I .$$

Здесь N - количество витков, l - длина соленоида, n - число витков на единицу длины, I - ток в соленоиде.

Индукция этого поля равна:

$$B = \mu \cdot \mu_o \cdot H = \mu \cdot \mu_o \cdot \frac{N}{l} \cdot I .$$

Полный поток этого поля (потокосцепление):

$\Phi = N \cdot B \cdot S$ (угол между полем и нормалью равен нулю).

Подставляя сюда выражение для B, получим:

$$\Phi = \mu \cdot \mu_o \cdot \frac{N^2}{l} \cdot I \cdot S = L \cdot I .$$

Отсюда находим:

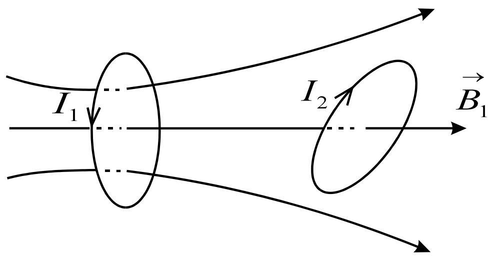
$$L = \frac{\Phi}{I} = \mu \cdot \mu_o \cdot \frac{N^2}{l} \cdot S = \mu \cdot \mu_o \cdot n^2 \cdot l \cdot S \cdot$$

Это и есть формула для расчета индуктивности длинного соленоида (система СИ). Этой же формулой можно пользоваться и для расчета индуктивности тороидальной катушки.

Взаимная индукция.

Взаимная индукция не представляет собой самостоятельного физического явления. Это один из часто встречающихся частных случаев индукции.

Если неподалеку друг от друга расположены два контура с током, то магнитное поле тока 1- го контура пронизывает 2 - й контур и наоборот. Поэтому изменение тока в одном контуре вызовет появление индукционного тока в другом. Это и есть взаимная индукция.



Поток, пронизывающий площадь 2-го контура, пропорционален току в 1-м контуре:

$\Phi_{12} = L_{12} \cdot I_1$ - поток через второй контур.

Аналогично поток, пронизывающий площадь 1-го контура, пропорционален току во 2-м контуре:

$\Phi_{21} = L_{21} \cdot I_2$ - поток через первый контур.

Коэффициенты L_{12} и L_{21} называются коэффициентами взаимной индукции контуров 1 и 2.

Всегда $L_{12} = L_{21}$ (без доказательства).

Согласно закону электромагнитной индукции Фарадея:

$$\varepsilon_2 = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{12} \cdot \frac{dI_1}{dt}$$ - ЭДС индукции во 2-м контуре.

$$\varepsilon_1 = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{21}\cdot\frac{dI_2}{dt} = -L_{12}\cdot\frac{dI_2}{dt}$$ - ЭДС индукции в 1-м контуре.

Коэффициент взаимной индукции измеряется в Генри, зависит от геометрии контуров, от их взаимного расположения и от свойств среды.

Взаимная индукция имеет место и между катушками, состоящими из многих витков, если магнитное поле одной катушки пронизывает другую и наоборот.

Коэффициент взаимной индукции двух длинных соленоидов.

Пусть два длинных соленоида одинаковой длины l надеты друг на друга вплотную, т.е. можно считать, что они одного диаметра.

Напряженность поля 1-го соленоида:

$$H_1 = n_1\cdot I_1 = \frac{N_1}{l}\cdot I_1.$$

Индукция этого поля:

$$B_1 = \mu\cdot\mu_o\cdot H_1 = \mu\cdot\mu_o\cdot\frac{N_1}{l}\cdot I_1.$$

Здесь I_1 - ток в 1-м соленоиде, N_1 - количество его витков.

Полный поток этого поля через все витки 2-го соленоида:

$$\Phi_{12} = N_2\cdot B_1\cdot S,$$

где S - площадь, ограниченная витком соленоида (1-го и 2-го), N_2 - количество витков 2-го соленоида.

Подставляем в это выражение B_1 и получаем:

$$\Phi_{12} = \mu\cdot\mu_o\cdot N_2\cdot\frac{N_1}{l}\cdot I_1\cdot S = L_{12}\cdot I_1.$$

Отсюда:

$$L_{12} = \frac{\Phi_{12}}{I_1} = \mu\cdot\mu_o\cdot N_2\cdot\frac{N_1}{l}\cdot S = \mu\cdot\mu_o\cdot n_1\cdot n_2\cdot l\cdot S.$$

n_1 и n_2 - число витков на единицу длины 1-го и 2-го соленоидов.

Это формула для расчета коэффициента взаимной индукции двух длинных соленоидов одинаковой длины и одинакового диаметра. По этой же формуле можно рассчитывать коэффициент взаимной индукции двух тороидальных катушек, намотанных вплотную друг на друга.

Токи Фуко.

Переменное во времени магнитное поле вызывает появление в пространстве вихревого электрического поля. Если в этом пространстве оказывается проводник, не контур, а сплошная проводящая среда, то вихревое электрическое поле вызывает в этой среде индукционные токи, замыкающиеся прямо в толще проводника. Эти токи называются токами Фуко, или вихревыми токами.

Токи Фуко появляются также при движении проводящей среды в неоднородном магнитном поле. В этом случае причиной является сила Лоренца, различная в различных точках движущегося проводника.

Взаимодействие вихревого тока с внешним магнитным полем приводит к сильному торможению движения проводника в магнитном поле. Это полностью согласуется с правилом Ленца. Индукционный ток своим магнитным полем препятствует любому изменению магнитного потока, вызвавшему этот ток. В данном случае изменение потока вызвано движением проводника, поэтому индукционный ток препятствует движению, независимо от его направления.

Это явление используется, например, для успокоения колебаний стрелки в измерительных приборах.

Кроме того, вихревые токи находят широкое применение для нагрева металла в условиях, когда нагрев другими способами невозможен, например, для плавки металла в вакууме.

Нагревается токами Фуко не только металл, но и любое вещество, способное проводить электрический ток. Именно токи Фуко быстро и эффективно нагревают равномерно по всему объему котлету, сосиску и все прочее, что содержит влагу и поэтому может проводить электрический ток, в микроволновой печи. Тарелка при этом остается холодной, так как она не проводит ток (фарфоровая, не металлическая).

Во многих случаях нагрев токами Фуко является нежелательным и приходится принимать меры для того, чтобы от него избавиться. Способ очевиден - нужно разомкнуть цепь вихревого тока. В сплошном проводнике это невозможно. Поэтому, например, сердечники трансформаторов делают не сплошными, а набранными из тонких изолированных листов. Плоскости раздела ориентированы поперек линий тока и размыкают его.

Применение электромагнитной индукции.

Явление электромагнитной индукции находит широкое и разнообразное практическое применение в современной электро- и радиотехнике.

Укажем здесь только два наиболее важных практических применения этого явления.

Первое - преобразование механической энергии в электрическую. Для этого предназначены специальные устройства - электрические генераторы. Принцип действия такого генератора - в магнитном поле вращается проводящая рамка (в реальном генераторе - много рамок, соединенных последовательно). При равномерном вращении угол между нормалью к рамке и магнитным полем меняется по синусоидальному закону, по такому же закону меняется во времени магнитный поток через плоскость рамки. В рамке возникает ЭДС индукции, меняющаяся по косинусоидальному закону (производная от синуса - косинус). Индукционный ток, обусловленный этой ЭДС, с помощью специальных токосъемников (коллекторов) передается во внешнюю электрическую цепь.

Рамка вращается под действием силы падающей воды (гидроэлектростанция), нагретого пара (тепловая, или атомная электростанция), двигателя внутреннего сгорания, ветра и т.д. В любом случае происходит преобразование механической энергии в электрическую. Это преобразование происходит за счет явления электромагнитной индукции.

Второе широкое применение явления электромагнитной индукции - преобразование (трансформация) переменного электрического тока одного напряжения в переменный ток другого напряжения.

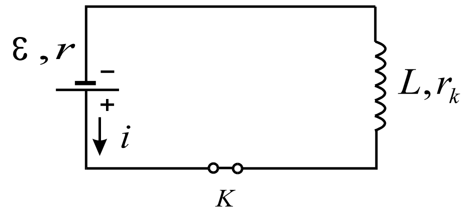
Это делается с помощью трансформаторов. В трансформаторах используется явление взаимной индукции. Преобразуемое переменное напряжение подключается к виткам первичной катушки (обмотки) трансформатора. Переменный ток первичной катушки создает переменное магнитное поле, которое пронизывает витки вторичной катушки. Во вторичной катушке (обмотке) возникает ЭДС индукции, а в цепи, подключенной к этой катушке, переменный ток той же частоты, что и первичный, но другого напряжения. При равенстве диаметров витков обеих обмоток вторичное напряжение будет выше первичного, если число витков вторичной обмотки больше, чем первичной (повышающий трансформатор). В понижающем трансформаторе число витков вторичной обмотки меньше, чем первичной, вторичное напряжения меньше первичного.

Обе обмотки намотаны на один общий каркас (сердечник) из железа. Железо значительно усиливает индукцию магнитного поля и обеспечивает концентрацию магнитного поля внутри витков. Для уменьшения потерь энергии из-за токов Фуко сердечник делается не сплошным, а в виде набора тонких изолированных пластин. Плоскости раздела пластин ориентированы поперек силовых линий возникающего вихревого электрического поля и не дают замыкаться вихревым токам.

Энергия магнитного поля.

Энергия - это мера способности системы совершить работу. Если над системой совершить работу, то ее энергия увеличится на величину этой работы. Вычислим работу, которую необходимо совершить для того, чтобы создать магнитное поле. Эта работа и будет равна энергии магнитного поля.

Подключим к источнику тока катушку (соленоид) с индуктивностью L через ключ K.



Пока ключ разомкнут, ток в цепи отсутствует, магнитного поля нет, его энергия равна нулю. Замкнем ключ. Тогда в течение кратковременного, но конечного интервала времени ток i в цепи увеличится от нуля до некоторого конечного стационарного значения I.

$$0 \le i \le I \ .$$

При этом источник тока совершит некоторую работу, часть которой перейдет в тепло, часть - на создание магнитного поля. Эта вторая часть и будет равна энергии магнитного поля.

Запишем для данного замкнутого контура 2-й закон (2-е правило) Кирхгофа:

$$\varepsilon + \varepsilon_{\text{инд}} = i \cdot (r + r_k) = i \cdot R .$$

Здесь r - внутреннее сопротивление источника тока, ЭДС которого ε,

$$\varepsilon_{\text{инд}} = -L \cdot \frac{di}{dt}$$ - ЭДС самоиндукции в катушке,

r_k - сопротивление катушки, $R = r + r_k$ - полное сопротивление контура (сопротивлением соединительных проводов пренебрегаем).

Подставляем выражение для ЭДС самоиндукции во 2-й закон Кирхгофа, переносим это слагаемое в правую часть равенства и получаем:

$$\varepsilon = i \cdot R + L \cdot \frac{di}{dt} .$$

Умножаем обе части этого равенства на $i \cdot dt$:

$$\varepsilon \cdot i \cdot dt = i^2 \cdot R \cdot dt + L \cdot i \cdot di .$$

Слева от знака равенства получилось выражение, представляющее собой работу источника за время dt, первое слагаемое справа представляет собой тепло Джоуля-Ленца, выделяющееся в контуре за время dt, второе слагаемое - дополнительная работа, затрачиваемая на создание магнитного поля в катушке с индуктивностью L за время dt.

Это второе слагаемое и есть энергия магнитного поля, приобретаемая за время dt:

$$dW = L \cdot i \cdot di \, .$$

Полная энергия, запасаемая в магнитном поле при увеличении тока от нуля до I, определяется суммированием за весь интервал увеличения тока:

$$W = \int_0^I dW = \int_0^I L \cdot i \cdot di = \left. \frac{L \cdot i^2}{2} \right|_0^I = \frac{L \cdot I^2}{2} \, .$$

Окончательно:

$W = \dfrac{L \cdot I^2}{2}$ - энергия магнитного поля катушки с током I и индуктивностью L.

Выразим теперь энергию магнитного поля через характеристики самого поля - напряженность H или индукцию B.

Для длинной катушки, длина которой l, площадь витков S и число витков на единицу длины n, индуктивность равна:

$$L = \mu \cdot \mu_0 \cdot n^2 \cdot l \cdot S \, .$$

Подставляем это в выражение для энергии W и получаем:

$$W = \frac{\mu \cdot \mu_0 \cdot n^2 \cdot l \cdot S \cdot I^2}{2} = \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot \mu_0 \cdot H^2 \cdot V \, .$$

Здесь учтено, что для длинной катушки $H = n \cdot I$, а объем катушки, т.е. объем, занимаемый магнитным полем, $V = S \cdot l$.

Разделив энергию на объем, получим энергию единицы объема, объемную плотность энергии магнитного поля:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{1}{2} \cdot \mu \cdot \mu_0 \cdot H^2 = \frac{1}{2} \cdot B \cdot H$$ (учитывая, что $B = \mu \cdot \mu_0 \cdot H$).

Окончательно:

$w = \dfrac{1}{2} \cdot B \cdot H = \dfrac{1}{2} \cdot \mu \cdot \mu_0 \cdot H^2$ - объемная плотность энергии магнитного поля.

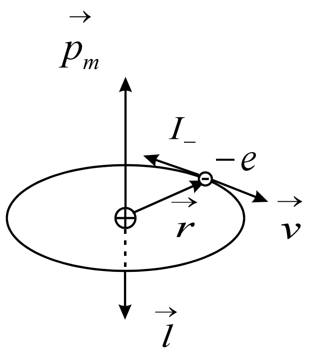
Данное выражение получено для длинной катушки, но оно справедливо для произвольного магнитного поля (без доказательства).

Магнитные моменты электронов и атомов.

Электрон в атоме, вращаясь по круговой (упрощенно) орбите вокруг ядра, представляет собой круговой ток. Круговой ток имеет собственный магнитный момент:

$$\vec{p}_m = I \cdot S \cdot \vec{n},$$

где I - сила тока, S - площадь, ограниченная орбитой, $\vec{n}$ - единичный вектор нормали к плоскости орбиты. Направление вектора магнитного момента связано с направлением тока I правилом правого винта, а направление тока I противоположно направлению скорости электрона $\vec{v}$, так как электрон - отрицательная частица.



$\vec{p}_m$ - это орбитальный магнитный момент электрона.

Если электрон делает в секунду f оборотов, то ток равен:

$I = e \cdot f$, где e - величина заряда электрона.

Таким образом, величина орбитального магнитного момента электрона равна:

$$p_m = e \cdot f \cdot S.$$

Кроме того, электрон имеет механический момент количества движения:

$$\vec{l} = m \cdot \left[\vec{r} \cdot \vec{v}\right].$$ m - масса электрона.

Этот вектор связан правилом правого винта с направлением движения, т.е. направлен против вектора магнитного момента.

$$\vec{l} \downarrow\uparrow \vec{p}_m.$$

Величина механического момента:

$$l = m \cdot r \cdot v = m \cdot r \cdot \omega \cdot r = m \cdot \omega \cdot r^2 = m \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot r^2 = 2 \cdot m \cdot f \cdot S .$$

Здесь учтено, что $v = \omega \cdot r$, где $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ - угловая скорость движения, а площадь орбиты $S = \pi \cdot r^2$.

Отношение орбитального магнитного момента электрона к его орбитальному механическому моменту называется гиромагнитным отношением и равно:

$$\Gamma = -\frac{p_m}{l} = -\frac{e \cdot f \cdot S}{2 \cdot m \cdot f \cdot S} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{e}{m}$$ - гиромагнитное отношение.

Знак минус подчеркивает, что векторы $\vec{p}_m$ и $\vec{l}$ направлены в противоположные стороны.

$$\frac{e}{m} = 1.76 \cdot 10^{11}\ \frac{\text{Кл}}{\text{кг}}$$ - удельный заряд электрона.

Кроме орбитальных магнитного и механического моментов электрон обладает собственным механическим моментом количества движения - спином и собственным магнитным моментом. Наглядному толкованию в рамках классической механики эти понятия уже не поддаются.

Полный момент атома вещества определяется как векторная сумма моментов всех электронов атома. Например, суммарный орбитальный магнитный момент всех электронов в атоме:

$$\vec{P}_m = \sum_{i=1}^{Z} \vec{p}_{mi} .$$

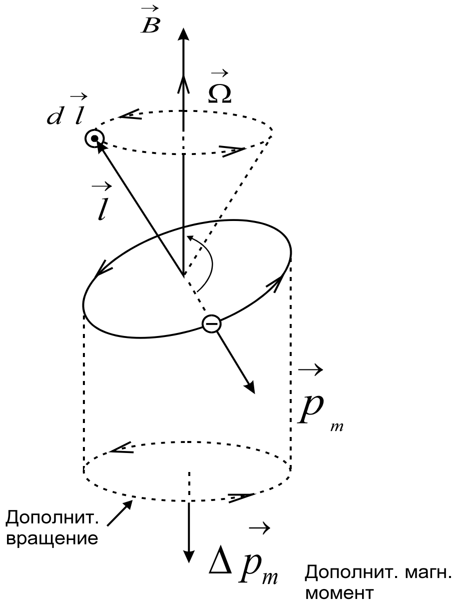
Здесь Z - порядковый номер элемента в периодической системе элементов Д.И.Менделеева (Z равно числу электронов в атоме).

Взаимодействие магнитных моментов атомов вещества с внешним магнитным полем определяет свойства вещества в магнитном поле.

Рассмотрим сначала взаимодействие с внешним магнитным полем орбитального магнитного момента одного электрона.

Теорема Лармора.

Электрон, вращающийся по орбите, подобен механическому волчку. Волчок под действием момента внешних сил прецессирует, т.е. ось его вращения сама совершает вращательное движение вокруг некоторой неподвижной оси. Точно также ведет себя электрон во внешнем магнитном поле. Это внешнее магнитное поле, взаимодействуя с орбитальным магнитным моментом, создает механический момент, заставляющий ось орбитального вращения электрона совершать вращательное движение вокруг неподвижной оси, т.е. электронная орбита прецессирует во внешнем магнитном поле.



Вращающийся по орбите электрон во внешнем магнитном поле $\vec{B}$ аналогичен рамке с током в магнитном поле. На него со стороны магнитного поля действует механический момент, равный:

$$\vec{M} = \left[\vec{p}_m \cdot \vec{B}\right].$$

Движение вращающегося волчка (электрона) происходит согласно основному уравнению динамики вращательного движения:

$$\frac{d\vec{l}}{dt} = \vec{M}.$$

В соответствии с этим уравнением вектор малого приращения $d\vec{l}$ направлен в ту же сторону, что и вектор $\vec{M}$.

$$d\vec{l} \uparrow\uparrow \vec{M}.$$

Предполагаем, что в начальный момент времени вектор $\vec{p}_m$ находится в плоскости чертежа. В этой же плоскости постоянно находится вектор $\vec{B}$.

Тогда вектор $\vec{M}$ в соответствии с правилом правого винта для векторного произведения в этот момент направлен на нас от плоскости чертежа. Также на нас будет направлен и вектор $d\vec{l}$.

В результате сложения вектора $\vec{l}$ с вектором $d\vec{l}$ получится новый вектор $\vec{l}$, конец которого немного выйдет из плоскости чертежа по направлению к нам. Через следующий интервал времени dt конец вектора $\vec{l}$ еще больше отклонится от своего первоначального направления и т.д. В результате конец вектора $\vec{l}$ будет двигаться по окружности вокруг направления магнитного поля $\vec{B}$ против часовой стрелки, если смотреть сверху. Такое движение называется прецессией. Ось вращения электрона сама вращается в данном случае вокруг направления силовой линии магнитного поля.

Прецессия электронной орбиты в магнитном поле называется ларморовой прецессией. Угловая скорость прецессии $\vec{\Omega}$ направлена в ту же сторону, что и вектор магнитного поля $\vec{B}$. Величина угловой скорости определяется из формулы (без вывода):

$$\Omega = \frac{1}{2}\cdot\frac{e}{m}\cdot B$$

и называется скоростью Лармора.

Теорема Лармора: Единственным результатом влияния магнитного поля на электронную орбиту является прецессия орбиты с угловой скоростью Лармора вокруг направления магнитного поля.

Следствие из теоремы Лармора: Дополнительное вращение электрона, обусловленное прецессией, создает дополнительный магнитный момент, направленный против внешнего поля.

Направление дополнительного вращения и связанный с этим вращением дополнительный магнитный момент $\Delta\vec{p}_m$ показаны в нижней части рисунка.

Магнитное поле в среде. Магнетики.

Материальная среда под действием внешнего магнитного поля меняет свои свойства из-за изменения ориентации магнитных моментов электронов в атомах. Располагаясь упорядоченно, магнитные моменты атомов создают свое, внутреннее магнитное поле. Говорят, что среда намагничивается. Результирующее поле в среде определяется как сумма внешнего поля и внутреннего поля среды. Таким образом, поле в среде отличается от поля в вакууме из-за намагничивания среды. Вещества, способные намагничиваться, называются магнетиками.

Вектор намагничивания.

<u>Определение</u>: Магнитный момент единицы объема вещества называется вектором намагничивания (намагниченностью).

$$\vec{I} = \frac{\sum_{i=1}^{N} \vec{p}_{mi}}{\Delta V}.$$

Здесь $\vec{p}_{mi}$ - магнитный момент одного атома. Сумма берется по всем N атомам в объеме ΔV.

Размерность величины намагничивания - $\frac{A}{M}$, совпадает с размерностью напряженности магнитного поля H.

В отсутствие внешнего магнитного поля все магнитные моменты $\vec{p}_{mi}$ ориентированы хаотично и вектор намагничивания равен нулю. В результате ориентирующего действия внешнего магнитного поля магнитные моменты атомов выстраиваются упорядоченно и появляется вектор намагничивания.

Следует уточнить - внешнее магнитное поле само по себе не может вызвать упорядоченной ориентации магнитных моментов. Об этом говорится в теореме Лармора - магнитное поле может вызвать только прецессию магнитных моментов атомов. Упорядоченная ориентация появляется в результате совместного действия магнитного поля и теплового движения атомов.

Чем сильнее внешнее поле, тем больше его влияние и тем больше вектор намагничивания.

Вектор намагничивания пропорционален напряженности внешнего поля:

$$\vec{I} = \kappa \cdot \vec{H}.$$

Безразмерный коэффициент κ (греческая буква капа) называется магнитной восприимчивостью магнетика.

Индукция магнитного поля в среде складывается из индукции внешнего поля $\vec{B}_0$ и индукции поля намагниченной среды:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}_{\text{внутр}}.$$

Индукция внутреннего поля пропорциональна индукции внешнего поля с тем же коэффициентом пропорциональности κ:

$$\vec{B}_{\text{внутр}} = \kappa \cdot \vec{B}_0.$$

В результате получаем:

$$\vec{B} = \vec{B}_0 + \kappa \cdot \vec{B}_0 = (1+\kappa) \cdot \vec{B}_0 = (1+\kappa) \cdot \mu_0 \cdot \vec{H} \quad (\text{т.к. } \vec{B}_0 = \mu_0 \cdot \vec{H}).$$

С другой стороны $\vec{B} = \mu \cdot \mu_0 \cdot \vec{H}$.

Следовательно:

$\mu = 1+\kappa$ - связь между магнитной проницаемостью μ и магнитной восприимчивостью κ.

Вещества, для которых

$\mu < 1 \quad (\kappa < 0)$ называются диамагнетиками,

$\mu > 1 \quad (\kappa > 0)$ -- " -- парамагнетиками,

$\mu >> 1$ -- " -- ферромагнетиками.

Диамагнетики и парамагнетики.

Индукция магнитного поля в диамагнетиках меньше, чем в вакууме ($\mu < 1$), вектор намагничивания направлен против внешнего поля:

$$\vec{I} = \kappa \cdot \vec{H}, \qquad \kappa < 0, \qquad \vec{I} \downarrow\uparrow \vec{H}.$$

Объяснение диамагнетизма содержится в следствии из теоремы Лармора. В результате прецессии электронных орбит возникает дополнительный магнитный момент, противоположный внешнему магнитному полю:

$$\Omega \rightarrow \Delta\vec{p}_m \downarrow\uparrow \vec{H} \rightarrow \vec{I} \downarrow\uparrow \vec{H} \rightarrow \kappa < 0, \quad \mu < 1.$$

Этот эффект имеет место во всех без исключения веществах. Но в большинстве веществ этот эффект нейтрализуется упорядоченной ориентацией орбитальных моментов атомов, обусловленных орбитальным вращением электронов, а не прецессией.

Только в тех веществах, в которых суммарный орбитальный магнитный момент атома равен нулю или очень мал, диамагнитные свойства проявляются в чистом виде. Например, диамагнетиками являются все инертные газы, атомы которых имеют нулевой орбитальный магнитный момент.

В парамагнетиках упорядоченная ориентация магнитных моментов атомов преобладает над дополнительным магнитным моментом ларморовой прецессии и вектор намагничивания совпадает по направлению с внешним магнитным полем:

$$\sum_i \vec{p}_{mi} \uparrow\uparrow \vec{H}, \quad \vec{I} \uparrow\uparrow \vec{H}, \quad \kappa > 0, \quad \mu > 1.$$

Магнитная восприимчивость парамагнетиков обратно пропорциональна температуре:

$$\kappa = \frac{C}{T} \quad \text{- закон Кюри.}$$

C = const для данного парамагнетика (постоянная Кюри).

Ферромагнетики.

Ферромагнетики - это вещества, для которых

$$\mu = 10^2 \div 10^6 \gg 1.$$

К ферромагнетикам относятся железо, сталь, чугун, никель, кобальт и некоторые сплавы.

Ферромагнетизм обусловлен не орбитальным, а собственным, спиновым магнитным моментом электрона.

Квантовые силы обменного взаимодействия спиновых моментов приводят к их упорядоченному расположению и без внешнего магнитного поля. Степень упорядоченности спиновых моментов очень велика. Соответственно велико внутреннее магнитное поле вещества, велика намагниченность.

Но в отсутствие внешнего магнитного поля внутреннее магнитное поле чаще всего проявляет себя слабо или не проявляет совсем.

Объясняется это тем, что сильная собственная, или, как говорят, спонтанная намагниченность ферромагнетика имеет место лишь в малых, хотя и макроскопических областях. Такие области называются доменами. В отсутствие внешнего поля домены ориентированы хотя и не хаотично, но таким образом, что их суммарное поле равно нулю.

Под действием внешнего поля происходит упорядоченная ориентация доменов, а не отдельных атомных моментов. Внутри каждого домена среда намагничена очень сильно - до насыщения. Поэтому при упорядоченной ориентации доменов внутреннее поле среды становится очень большим и суммарное поле в среде в сотни и тысячи раз превосходит внешнее поле.

Итак, первая особенность ферромагнетиков - способность очень сильно намагничиваться, т.е. очень большая магнитная проницаемость μ.

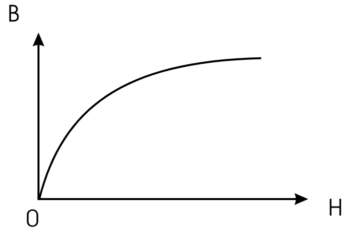
Вторая особенность - зависимость величины μ от внешнего магнитного поля. Т.е. для одного и того же вещества нет одного определенного значения μ. Оно разное для различных внешних полей H:

$$\mu = \mu(H).$$

Поэтому зависимость индукции B от напряженности H для ферромагнетиков нелинейная:

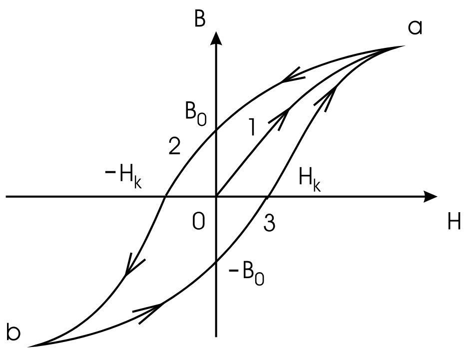
$$B = \mu \cdot \mu_0 \cdot H \qquad \mu \neq const.$$

Типичный график зависимости B от H имеет следующий вид:



Третья особенность ферромагнетиков - неоднозначная зависимость индукции B от напряженности H. Индукция B зависит не только от напряженности H , но и от предыдущего состояния ферромагнетика. Это явление называется гистерезисом, или явлением гистерезиса, или гистерезисным явлением.

При периодическом изменении напряженности магнитного поля около нулевого значения зависимость B от H для ферромагнетика имеет следующий характерный вид:



Петля гистерезиса.

Если среда первоначально не намагничена, то при нулевом внешнем поле внутреннее поле тоже равно нулю, т.е. кривая начинается из начала координат. С увеличением внешнего поля H увеличивается индукция в веществе B по некоторому нелинейному закону - это участок 1. Достигнув некоторой точки a, начнем уменьшать напряженность внешнего поля H. Зависимость B от H пойдет теперь по другой кривой - по участку 2. При достижении нулевого внешнего поля ($H = 0$) индукция B не станет равной нулю, а останется равной некоторому значению B_0. Это значение называется остаточной индукцией (B_0 - остаточная индукция). Ферромагнетик остается намагниченным в отсутствие внешнего поля. В этом состоянии он представляет собой постоянный магнит. Чтобы убрать остаточную индукцию, нужно сменить направление внешнего поля (сменить знак H на графике). Увеличивая внешнее поле в обратном направлении ($H < 0$), будем уменьшать индукцию B и при некотором значении поля H уменьшим ее до нуля.

Поле H_k , при котором индукция становится равной нулю, называется коэрцитивной силой ферромагнетика (H_k - коэрцитивная сила).

При дальнейшем увеличении поля H обратного направления происходит намагничивание среды в обратном направлении до некоторой точки b.

Если теперь опять уменьшать поле H по величине, то зависимость B от H пойдет опять по другой кривой - по участку 3. При H = 0 вновь останется остаточная индукция B_0 , но другого направления. Чтобы ее убрать, необходимо снова сменить направление внешнего поля и увеличить его до коэрцитивной силы. Увеличивая дальше магнитное поле H, снова намагнитим вещество и придем в точку a. Если снова уменьшать и увеличивать H в одинаковых пределах, то картина повторится.

Характерная кривая, получающаяся при циклическом перемагничивании ферромагнетика, называется петлей гистерезиса.

Гистерезис имеет место у всех ферромагнетиков, но в различной степени. Если гистерезис выражен слабо, т.е. малы B_0 и H_k , то ферромагнетик называется мягким и применяется для сердечников трансформаторов, чтобы уменьшить потери энергии на перемагничивание.

Если гистерезис выражен сильно, т.е. B_0 и H_k велики, то ферромагнетик называется жестким и применяется для изготовления постоянных магнитов.

Ферромагнитные свойства вещества ослабляются с увеличением температуры. При некоторой температуре, называемой температурой Кюри, ферромагнитные свойства исчезают совсем, вещество превращается в парамагнетик.

Температура Кюри различна для разных ферромагнетиков.

Движение заряженных частиц в однородном магнитном поле.

На заряженную частицу, движущуюся в магнитном поле, действует со стороны этого поля сила Лоренца:

$$\vec{F} = q \cdot \left[\vec{v} \cdot \vec{B} \right].$$

Уравнение движения частицы, на которую действует эта сила (2-й закон Ньютона):

$$m \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = q \cdot \left[\vec{v} \cdot \vec{B} \right].$$

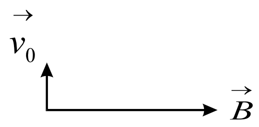
Здесь m и q - масса и заряд частицы, $\vec{v}$ - ее скорость, $\vec{B}$ - индукция магнитного поля.

В произвольном случае проинтегрировать (решить) уравнение движения и выразить результат в аналитическом виде невозможно, поэтому рассмотрим движение только в однородном магнитном поле ($\vec{B}$ не зависит от координат).

В этом случае результат можно получить с помощью достаточно простых рассуждений, не прибегая к интегрированию уравнения движения.

Рассмотрим два случая.

1- й случай - начальная скорость частицы $\vec{v}_0$ перпендикулярна магнитному полю.



В любом случае (не только для однородного поля) сила Лоренца перпендикулярна скорости частицы в любой момент ее движения. Это следует из определения этой силы:

$$\vec{F} = q \cdot \left[\vec{v} \cdot \vec{B} \right].$$

Сила пропорциональна векторному произведению, а векторное произведение всегда перпендикулярно обоим сомножителям, т.е. в данном случае всегда перпендикулярно скорости (и индукции также).

Далее - сила, всегда перпендикулярная скорости, не совершает работу:

$$A_F = 0.$$

Следовательно, эта сила не может изменить энергию частицы, т.е. в данном случае не может изменить величину ее скорости (в данном случае у частицы только кинетическая энергия).

$$v = const = v_0.$$

Следовательно, постоянной остается величина силы Лоренца:

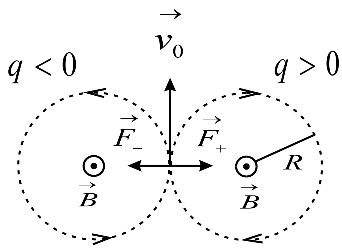
$$F = q \cdot v \cdot B = const.$$

Сила всегда направлена перпендикулярно скорости и всегда остается постоянной по величине.

Имеется только один вид движения с постоянной по величине скоростью под действием постоянной по величине силы, всегда перпендикулярной скорости - это равномерное движение по окружности.

Таким образом, мы, не прибегая к интегрированию уравнения движения, установили, что в однородном магнитном поле заряженная частица, влетевшая в область поля перпендикулярно силовым линиям, движется по окружности с постоянной по величине скоростью.

Траектория движения - окружность, плоскость которой перпендикулярна силовым линиям поля. При прочих равных условиях направление вращения по окружности различно для частиц различного знака. Вид траектории, если смотреть навстречу силовым линиям:



Радиус окружности R легко определяется из 2-го закона Ньютона:

$$m \cdot a = F .$$

Учитывая, что $F = q \cdot v \cdot B$, а при равномерном движении по окружности ускорение $a = \dfrac{v^2}{R}$, запишем:

$$m \cdot \frac{v^2}{R} = q \cdot v \cdot B \ , \quad \text{откуда} \quad R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} \ .$$

Период обращения (время одного оборота):

$T = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot R}{v} = 2 \cdot \pi \cdot \dfrac{m}{q \cdot B}$ - не зависит от скорости частицы.

Круговая частота вращения (угловая скорость):

$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = \dfrac{2 \cdot \pi}{T} = \dfrac{q}{m} \cdot B$ - не зависит от скорости частицы.

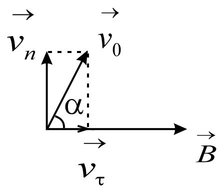
Здесь $f = \dfrac{1}{T}$ - частота вращения (число оборотов в секунду).

2 - й случай - начальная скорость частицы $\vec{v}_0$ составляет произвольный угол α с направлением магнитного поля (с вектором $\vec{B}$).

И в этом случае (и всегда) сила Лоренца перпендикулярна скорости частицы и не может изменить величину этой скорости, а может менять только ее направление.

$$\vec{F} \perp \vec{v} \quad \rightarrow \quad v = const = v_0 \ .$$

Раскладываем скорость $\vec{v}_0$ на две составляющие. Одна составляющая параллельна магнитному полю, вторая перпендикулярна ему. Параллельную составляющую обозначаем $\vec{v}_\tau$ (тангенциальная составляющая), перпендикулярную составляющую обозначаем $\vec{v}_n$ (нормальная составляющая).



$$\vec{v}_\tau \parallel \vec{B}, \quad \vec{v}_n \perp \vec{B} \qquad\qquad \vec{v}_0 = \vec{v}_\tau + \vec{v}_n \quad .$$

Таким же образом можно разложить скорость не только в начальный, но и в произвольный момент времени:

$$\vec{v} = \vec{v}_\tau + \vec{v}_n \quad .$$

Выражаем величины составляющих через величину полной скорости и угол α:

$$v_\tau = v \cdot Cos\alpha \, , \quad v_n = v \cdot Sin\alpha \, .$$

Составляющая скорости $\vec{v}_\tau$ не дает вклада в силу Лоренца, т.к. $\vec{v}_\tau \parallel \vec{B}$:

$$\vec{F} = q \cdot \left[\vec{v} \cdot \vec{B}\right] = q \cdot \left[(\vec{v}_\tau + \vec{v}_n) \cdot \vec{B}\right] = q \cdot \left[\vec{v}_\tau \cdot \vec{B}\right] + q \cdot \left[\vec{v}_n \cdot \vec{B}\right] = q \cdot \left[\vec{v}_n \cdot \vec{B}\right],$$

$$\text{т.к.} \qquad \left[\vec{v}_\tau \cdot \vec{B}\right] = 0 \, .$$

Таким образом, взаимодействие частицы с магнитным полем происходит так, как если бы она двигалась с полной скоростью $\vec{v}_n$ перпендикулярно магнитному полю. Поэтому относительно этого движения справедливы все рассуждения и выводы предыдущего пункта (1-го случая).

А именно, в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, частица движется по окружности со скоростью v_n.

Все формулы, полученные для 1-го случая, остаются справедливыми и для 2-го случая, только в этих формулах следует заменить величину полной скорости v величиной нормальной составляющей скорости v_n.

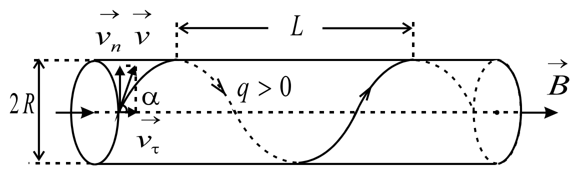
Радиус окружности, по которой движется частица в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, равен в данном случае:

$$R = \frac{m \cdot v_n}{q \cdot B} = \frac{m \cdot v \cdot Sin\alpha}{q \cdot B} \, .$$

Выражения для периода обращения и круговой частоты (угловой скорости), полученные для случая 1, будут в таком же виде справедливы и для случая 2, так как эти выражения вообще не содержат скорости:

$$T = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{v_n} = 2 \cdot \pi \cdot \frac{m}{q \cdot B}, \qquad \omega = \frac{2 \cdot \pi}{T} = \frac{q}{m} \cdot B \, .$$

Отличие случая 2 от случая 1 заключается в том, что из-за наличия тангенциальной скорости $\vec{v}_\tau$ плоскость, в которой вращается частица, равномерно движется со скоростью $\vec{v}_\tau$ вдоль силовых линий поля и результирующее движение есть движение по винтовой линии.



Шаг винтовой линии L, т.е. расстояние, которое проходит плоскость вращения за время одного оборота (за период T), определяется следующим образом:

$$L = v_\tau \cdot T = \frac{2 \cdot \pi \cdot m \cdot v_\tau}{q \cdot B} = \frac{2 \cdot \pi \cdot m \cdot v \cdot Cos\alpha}{q \cdot B}.$$

Шаг винтовой линии не зависит от величины поперечной скорости v_n. Это означает, что одинаковые частицы (например, электроны), вышедшие из одной точки с различными поперечными скоростями, но с одинаковыми продольными составляющими, соберутся через время, равное периоду, снова в одной точке (магнитная фокусировка).

Масс - спектрограф.

Все характеристики движения заряженной частицы в магнитном поле (радиус окружности, период обращения по ней и т.д.) содержат отношение заряда частицы к ее массе - удельный заряд частицы:

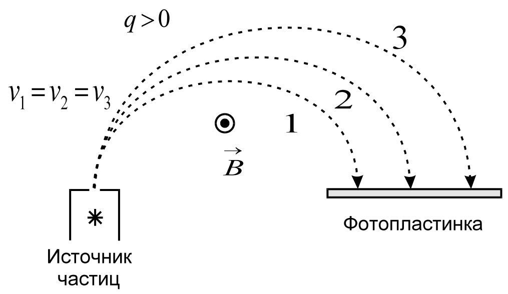
$$\frac{q}{m}.$$

Если две частицы будут иметь разный удельный заряд, например, два изотопа одного и того же химического элемента, то, вылетев из одной точки с одинаковыми скоростями, они будут двигаться по разным траекториям в одном и том же поле.

Измерить отличие траекторий и определить тем самым отличие удельных зарядов частиц и является задачей прибора, называемого масс-спектрографом.

Масс-спектрограф - это прибор, предназначенный для измерений относительных масс изотопов химических элементов.

В простейшем случае масс-спектрограф должен содержать три элемента: источник частиц, однородное магнитное поле и устройство регистрации частиц (фотопластинку).



Предположим, что из источника частиц влетает в однородное магнитное поле с индукцией $\vec{B}$ три изотопа одного и того же химического элемента, причем все три влетают с одинаковой скоростью (и по величине, и по направлению) перпендикулярно силовым линиям, которые направлены на нас. Каждый изотоп будет двигаться по окружности. Радиус окружности определяется по формуле:

$$R = \frac{m \cdot v}{q \cdot B} = \frac{v}{\frac{q}{m} \cdot B}.$$

По почернению соответствующих мест фотопластинки можно зарегистрировать место попадания каждого изотопа и определить радиус окружности его траектории.

В данном случае будет зарегистрировано, что:

$$R_1 < R_2 < R_3, \text{ следовательно } \left(\frac{q}{m}\right)_1 > \left(\frac{q}{m}\right)_2 > \left(\frac{q}{m}\right)_3.$$

Отношение удельных зарядов изотопов будет равно отношению соответствующих радиусов.

Таковы в упрощенном виде устройство и принцип действия масс-спектрографа.

Реально масс-спектрограф имеет более сложную конструкцию. Основная сложность обусловлена тем, что на самом деле частицы имеют различные скорости влета и радиусы их траекторий отличаются не только из-за отличия удельных зарядов, но и из-за различия скоростей.

Поэтому главная проблема в реальной конструкции - нейтрализовать различие скоростей, заставить собираться в одном месте частицы с различными скоростями, но с одинаковым удельным зарядом или выделить из пучка частицы с одной скоростью. Эта задача решается с помощью совместного воздействия на частицы электрического и магнитного полей или еще каким-либо образом, что и усложняет конструкцию реального масс-спектрографа.

Главный принцип остается неизменным - уловить различие траекторий, обусловленное различием удельного заряда (т.е. массы, если речь идет об изотопах, что и подчеркивается названием прибора).