Нижегородский государственный университет им. Н.И.Лобачевского

Национальный исследовательский университет

Учебно-научный и инновационный комплекс
“Новые многофункциональные материалы и нанотехнологии”

Чередник В.И.

ПОЛНЫЙ ТЕКСТ ЛЕКЦИЙ С ИЛЛЮСТРАЦИЯМИ ПО КУРСУ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ ПО РАЗДЕЛАМ «ЭЛЕКТРИЧЕСТВО», «МАГНЕТИЗМ», «КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ»

Электронное учебное пособие

<u>Мероприятие 1.2.</u> Совершенствование образовательных технологий, укрепление материально-технической базы учебного процесса

<u>Учебная дисциплина:</u> «Общая физика»

<u>Специальности, направления:</u> Направление подготовки 020100 «Химия», Специальности 020101 «Химия», 020801 «Экология», 240306 «Химическая технология монокристаллов, материалов и изделий электронной техники»

Нижний Новгород
2010

ПОЛНЫЙ ТЕКСТ ЛЕКЦИЙ С ИЛЛЮСТРАЦИЯМИ ПО КУРСУ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ ПО РАЗДЕЛАМ «ЭЛЕКТРИЧЕСТВО», «МАГНЕТИЗМ», «КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ», Чередник В.И. Электронное учебное пособие – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2010. - 197 стр.

Мероприятие 1.2. Совершенствование образовательных технологий, укрепление материально-технической базы учебного процесса.

Настоящее учебное пособие составлено на основе курса лекций по общей физике, читаемого автором для студентов химического факультета ННГУ дневной формы обучения на протяжении не одного десятка лет. В данное пособие включены разделы «Электричество», «Магнетизм» и «Колебания и волны». Материал лекций представляет собой адаптацию для студентов-химиков курса общей физики, изложенного в различных многочисленных учебниках. Основными учебниками, содержание которых отображено в этом пособии, являются трехтомный учебник И.В.Савельева «Курс общей физики», М.: Наука, 1982, учебник С.Г.Калашникова «Электричество», М.: Наука, 1970 – 666 с., а также книга Г.С.Горелика «Колебания и волны», М.: Физматгиз, 1959 - 572 с.

Электронное учебное пособие предназначено для студентов ННГУ, обучаюшихся по направлению подготовки 020100 «Химия» и специальностям 020101 «Химия», 020801 «Экология», 240306 «Химическая технология монокристаллов, материалов и изделий электронной техники».

СОДЕРЖАНИЕ

ЭЛЕКТРИЧЕСТВО

Это раздел физики, изучающий явления, обусловленные взаимодействием электрически заряженных объектов.

Электрический заряд, или количество электричества - это мера способности тела к электрическому взаимодействию.

В природе существуют электрические заряды двух видов - положительные и отрицательные. Взаимодействие зарядов одного знака - отталкивание, разных знаков - притяжение.

Носителем элементарного отрицательного заряда является электрон, элементарного положительного заряда - протон. Заряды электрона и протона равны друг другу по величине.

В природе не существуют заряды, меньшие по величине, чем заряд электрона. Все заряды являются кратными заряду электрона.

В обычных условиях атом любого вещества содержит равное количество протонов и электронов, т.е. является электрически нейтральным. Тело, состоящее из таких атомов, тоже является электрически нейтральным, даже если атомы, составляющие это тело, перестанут быть нейтральными и превратятся в положительные или отрицательные ионы. Для нейтральности тела требуется только, чтобы полное количество электронов в теле было равно полному количеству протонов в нем.

Электрически заряженным тело становится, если на нем появляется либо избыточное количество электронов, либо избыточное количество протонов. Если избыток электронов - тело заряжено отрицательно, если недостаток электронов - положительно.

Один из способов зарядить нейтральный объект - привести в контакт два нейтральных тела с различными физическими свойствами. В этом случае электроны будут переходить с одного тела на другое, т.к. условия существования электронов различны в различных телах. Электроны будут переходить оттуда, где их энергия больше, туда, где их энергия станет меньше.

В результате одно из тел станет заряженным положительно, другое - отрицательно.

Для такого перехода контакт должен быть очень хорошим. Должно быть сближение на расстояние, сравнимое с межатомным расстоянием. Микрошероховатости на соприкасающихся поверхностях затрудняют такой контакт, делают возможным его только в нескольких отдельных точках. Поэтому при простом контакте нейтральных объектов электризация получается слабая, практически незначительная. С помощью трения соприкасающихся поверхностей добиваются контакта в большем числе точек и заметной электризации - электризация трением.

Электризация нейтрального тела может быть достигнута также прикосновением к нему уже заряженного объекта - электризация прикосновением. В этом случае заметная часть заряда перейдет на нейтральное тело и без трения.

Возможны и другие способы электризации.

Точечный заряд - вспомогательное абстрактное понятие, означающее заряженное тело, размеры которого малы по сравнению со всеми другими размерами и расстояниями.

Все элементарные заряды можно считать точечными.

Электростатика.

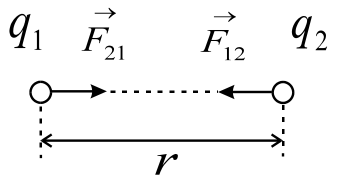
Этот раздел рассматривает взаимодействие неподвижных заряженных объектов.

Закон Кулона.

Закон, которому подчиняется взаимодействие двух точечных зарядов, установлен экспериментально Кулоном (1785 г.):

$$F = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \quad - \quad \text{Закон Кулона.}$$

Два точечных заряда взаимодействуют с силой, прямо пропорциональной величинам этих зарядов q_1 и q_2, и обратно пропорциональной квадрату расстояния r между ними. Сила центральная - действует по линии, соединяющей эти заряды.



$q_1 \cdot q_2 < 0$

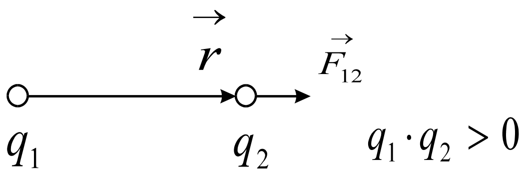
$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$ (Все силы в природе подчиняются 3-му закону Ньютона).

$$F_{12} = F_{21} = F .$$

В векторном виде закон Кулона выглядит следующим образом:

$$\vec{F}_{12} = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^3} \cdot \vec{r} .$$

Здесь $\vec{r}$ - вектор, проведенный к тому заряду, на который действует сила.



Величина силы взаимодействия зарядов зависит от свойств среды, в которой находятся заряды. Наибольшей является сила в вакууме (пустоте). В любой другой среде сила меньше (при прочих равных условиях).

Пока будем рассматривать взаимодействие только в вакууме. Приведенные выше формулировки закона Кулона справедливы только в вакууме.

Коэффициент пропорциональности k в законе Кулона зависит только от выбора системы единиц.

Система единиц СГС (CGS) в электростатике называется системой СГСЭ (CGSE).

СГС -----------> СГСЭ.
механика механика + электростатика

Количество основных единиц остается прежним - три (сантиметр, грамм, секунда). Все электростатические единицы являются производными от механических единиц. Все они не имеют отдельных названий. Все называются единицами СГСЭ, или абсолютными электростатическими единицами.

В системе СГСЭ коэффициент $k = 1$. Закон Кулона имеет простейший вид в системе СГСЭ:

$$F = \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$ - закон Кулона в вакууме в системе СГСЭ.

Отсюда устанавливается единица заряда в системе СГСЭ.

Если $q_1 = q_2 = q$, $F = 1$ дин, $r = 1$ см, то из закона Кулона следует, что $q = 1$ ед. СГСЭ$_q$.

1 ед. СГСЭ$_q$ - это такой заряд, который на равный ему заряд, удаленный на расстояние 1 см, в пустоте действует с силой 1 дина.

Для некоторых применений используется также система единиц, называемая гауссовой системой единиц. В электростатике единицы системы СГСЭ и гауссовой системы полностью совпадают. В данном теоретическом курсе гауссова система единиц применяться не будет - только система СГСЭ и система СИ.

В системе СИ при рассмотрении электрических и магнитных явлений к трем основным единицам механики (метр, килограмм, секунда) добавляется еще одна основная единица, единица силы тока - Ампер. Остальные электрические (и магнитные) единицы являются производными от механических единиц и Ампера.

Закон, на основании которого устанавливается единица силы тока - Ампер, будет рассматриваться значительно позже, при изучении магнитных явлений.

В системе СИ коэффициент k в законе Кулона имеет неудобный размерный вид:

$$k = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0}, \qquad \varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \ \frac{\Phi}{M}.$$

Размерная константа ε_0 называется абсолютной диэлектрической проницаемостью вакуума, или электрической постоянной.

В системе СИ закон Кулона записывается следующим образом:

$$F = \frac{q_1 \cdot q_2}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2}$$ - закон Кулона в вакууме в системе СИ.

Заряд в системе СИ измеряется в Кулонах, но устанавливается эта единица не из закона Кулона, а из определения силы тока. Ток - это заряд, проходящий через поперечное сечение проводника в единицу времени. Если ток равен единице (1 Ампер), время - тоже единице (1 с), то и заряд будет равен единице - это и есть 1 Кулон.

1 Кулон - это заряд, проходящий через поперечное сечение проводника за 1 секунду при силе тока в 1 Ампер.

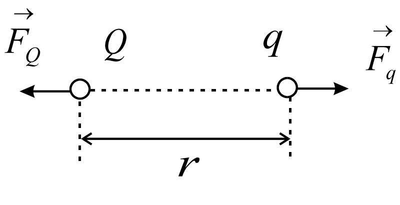
Соотношение между единицами заряда в системах СГСЭ и СИ (без вывода):

$$1 \text{ Кл} = 3 \cdot 10^{9} \text{ ед. СГСЭ}_q.$$

Электрическое поле. Напряженность.

Обозначим один из взаимодействующих зарядов Q, другой q. Тогда сила взаимодействия этих зарядов согласно закону Кулона равна:

$$F_q = F_Q = F = k \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2}.$$



На первый взгляд взаимодействие зарядов происходит на расстоянии. Но согласно представлениям современной физики действие на расстоянии (дальнодействие) невозможно. Два объекта могут взаимодействовать, только будучи приведенными в непосредственный контакт, находясь в одной точке пространства.

Поэтому для объяснения взаимодействия электрических зарядов необходимо предположить наличие третьего объекта, передающего взаимодействие. Этим объектом является электрическое поле.

Электрическое поле - это особый вид материи, с помощью которого осуществляется взаимодействие электрических зарядов.

Особый вид - это означает, что он непосредственно не воздействует ни на один из органов чувств человека. Но существует объективно, независимо от нашего восприятия, имеет объективные свойства, которые можно обнаружить, измерить, описать.

Картина взаимодействия зарядов такова: заряд Q создает вокруг себя электрическое поле всюду, в том числе и в точке, в которой находится заряд q. В этой точке в непосредственном контакте находятся два объекта - заряд q и электрическое поле заряда Q. Эти два объекта и взаимодействуют.

На заряд q действует сила не со стороны заряда Q, а со стороны электрического поля заряда Q.

Аналогично сила на заряд Q. И вообще, сила на любой заряд действует со стороны электрического поля, создаваемого другими зарядами.

Электрическое поле создают все заряды. Любой заряд является источником электрического поля.

$$F_q = k \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2} \quad - \quad \text{сила на заряд q.}$$

Сила, действующая на заряд q, пропорциональна величине этого заряда.

Следовательно, отношение силы, действующей на заряд, к этому заряду не зависит от его величины:

$$\frac{F_q}{q} = k \cdot \frac{Q}{r^2} \quad - \quad \text{не зависит от q.}$$

Это отношение является, следовательно, характеристикой только электрического поля заряда Q.

Эта характеристика называется напряженностью электрического поля.

Напряженность электрического поля - это отношение силы, действующей на заряд, к этому заряду.

Сила - векторная величина, заряд - скалярная, поэтому напряженность также является вектором. Обозначение напряженности - $\vec{E}$.

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q} \quad - \quad \text{напряженность электрического поля.}$$

Это общее определение, не только для поля точечного заряда.

Еще один вариант определения напряженности: напряженность - это сила, действующая на единичный положительный заряд.

Зная напряженность поля в данной точке пространства, можно вычислить силу, действующую на заряд, помещенный в эту точку:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}.$$

Это общее выражение для силы, действующей на заряд q со стороны любого электрического поля $\vec{E}$.

$$\text{Если} \quad q > 0, \quad \text{то} \quad \vec{F} \uparrow\uparrow \vec{E}.$$

$$\text{Если} \quad q < 0, \quad \text{то} \quad \vec{F} \downarrow\uparrow \vec{E}.$$

Направление вектора напряженности совпадает с направлением силы на положительный заряд.

Сила на отрицательный заряд направлена противоположно вектору напряженности.

Пробный заряд - вспомогательное понятие, обозначающее точечный заряд очень малой величины, который своим присутствием не может изменить пространственного распределения всех остальных зарядов.

Пробный (обычно положительный) заряд помещают в пространство для того, чтобы определить направление и другие характеристики электрического поля в этом пространстве.

Единица измерения напряженности электрического поля в системе СГСЭ вводится на основании определения - это отношение единицы силы к единице заряда:

$$1 \text{ ед. СГСЭ}_E = \frac{1 \text{ дина}}{1 \text{ ед. СГСЭ}_q}.$$

Это поле, действующее на заряд в единицу заряда с силой в 1 дину.

В системе СИ единица напряженности электрического поля $1\,\frac{B}{M}$ (Вольт на метр). Эта единица устанавливается не из определения напряженности, а из другого соотношения, которое будет рассмотрено позже. Но и в системе СИ на заряд в единицу заряда будет со стороны единичного поля действовать единичная сила. Это позволяет установить соотношение между единицами напряженности в системах СГСЭ и СИ:

$$1\,\frac{\text{В}}{\text{м}} = \frac{1\,\text{Н}}{1\,\text{Кл}} = \frac{10^5\,\text{дин}}{3 \cdot 10^9\,\text{ед.СГСЭ}_q} = \frac{1}{3} \cdot 10^{-4}\,\text{ед.СГСЭ}_E\ .$$

$$1\,\frac{\text{В}}{\text{м}} = \frac{1}{3}\cdot 10^{-4}\,\text{ед. СГСЭ}_{\text{Е}}, \qquad 1\,\text{ед. СГСЭ}_{\text{Е}} = 3\cdot 10^{4}\,\frac{\text{В}}{\text{м}}\ .$$

Электрическое поле подчиняется принципу суперпозиции (сложения) - напряженность поля, создаваемого системой зарядов, равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым зарядом в отдельности.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \cdots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i\ .$$

Принцип суперпозиции позволяет вычислить напряженность поля системы зарядов произвольной конфигурации. Для этого систему зарядов разбивают на малые участки, каждый из которых можно считать точечным зарядом. Напряженность поля точечного заряда легко определяется из закона Кулона:

$E = \dfrac{F}{q} = k\cdot\dfrac{Q}{r^2}$ - напряженность поля точечного заряда в вакууме.

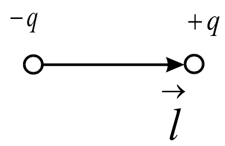
В векторном виде:

$$\vec{E} = k\cdot\frac{Q}{r^3}\cdot\vec{r}\ .$$

Поле всей системы зарядов определяется суммированием по всем точечным зарядам.

Аналогичный прием может быть применен для вычисления силы взаимодействия двух неточечных зарядов или взаимодействия точечного заряда с произвольной системой зарядов.

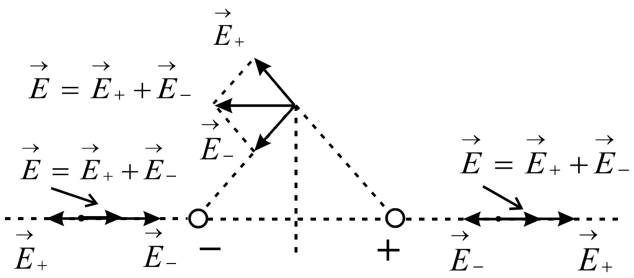
Простейшая после точечного заряда система зарядов - это диполь. Диполь - это два разноименных одинаковых по величине точечных заряда на расстоянии l друг от друга.



Векторная величина $\vec{p} = q\cdot\vec{l}$ называется электрическим моментом диполя, или дипольным моментом. Вектор $\vec{l}$ направлен от минуса к плюсу.

Чтобы найти поле в какой-либо точке пространства, следует мысленно поместить в эту точку пробный положительный заряд, определить направление силы, действующей на него со стороны зарядов +q и -q по отдельности. Направление этих сил будет совпадать с направлением напряженностей полей соответствующих зарядов. Эти два вектора напряженности в данной точке пространства следует сложить и получить результирующий вектор напряженности в этой точке.

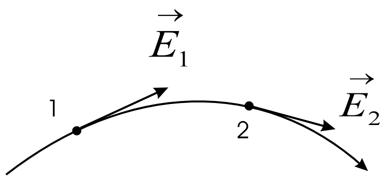
Именно таким способом и определены направления напряженности в трех точках вблизи диполя - справа от заряда +q, слева от заряда -q и на линии симметрии.



Аналогичным образом можно определить направление и величину суммарного поля и более сложных систем зарядов.

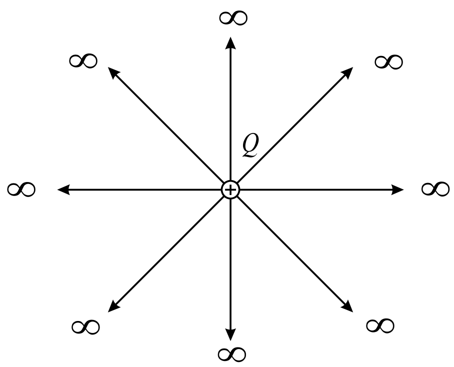
Силовые линии электрического поля.

Силовая линия, или линия напряженности - это воображаемая линия в пространстве, касательная к которой в любой ее точке совпадает с вектором напряженности электрического поля в этой точке.

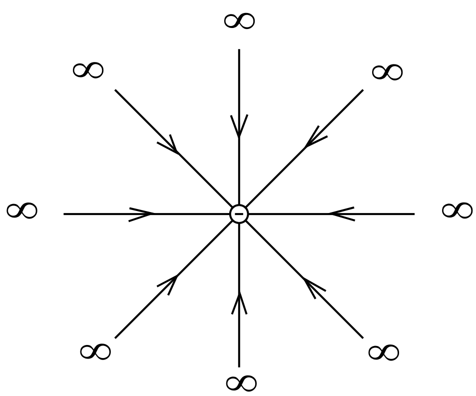


На силовой линии ставится стрелка, показывающая направление вектора напряженности.

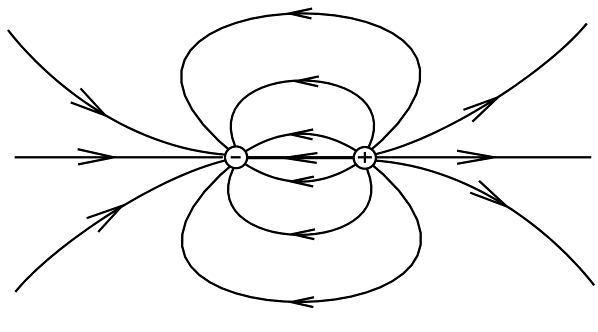
Например, силовые линии поля положительного точечного заряда - это радиальные прямые, начинающиеся на этом заряде и кончающиеся в бесконечности.



Силовые линии отрицательного точечного заряда - тоже радиальные прямые, но начинающиеся в бесконечности и оканчивающиеся на этом заряде.



Картинка силовых линий поля диполя может быть получена с помощью принципа суперпозиции и имеет такой вид:



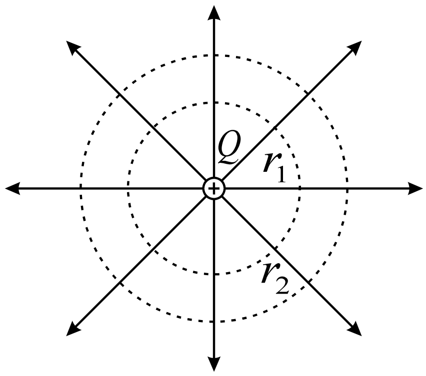
Электрическое поле может быть в любой точке пространства. Поэтому силовую линию можно провести через любую точку пространства. Причем только одну (т.к. в одной точке может быть только одна результирующая сила). Т.е. силовые линии нигде не пересекаются, т.к. пересечение означает, что через одну точку проведены две линии.

Силовые линии электростатического поля не могут начинаться нигде, кроме как на положительных зарядах или в бесконечности, и не могут оканчиваться нигде, кроме как на отрицательных зарядах или в бесконечности.

Т.е. оборваться в пространстве не на заряде силовая линия не может.

Еще одно свойство силовых линий рассмотрим на примере поля точечного заряда.

Окружаем (мысленно) точечный заряд Q двумя концентрическими сферами с центром в заряде.



Радиусы сфер r_1 и r_2 (в сечении плоскостью рисунка - это окружности). Все силовые линии, начинающиеся на заряде Q, пронизывают обе сферы, т.к. силовые линии не могут оборваться между сферами.

Пусть количество этих силовых линий N (на рисунке N = 8).

Через единицу поверхности первой сферы проходит n_1 линий:

$$n_1 = \frac{N}{S_1}$$ - густота силовых линий на 1-й сфере.

Аналогично:

$$n_2 = \frac{N}{S_2}$$ - густота силовых линий на 2-й сфере.

Здесь $S_1 = 4 \cdot \pi \cdot r_1^2$ - площадь 1-й сферы, $S_2 = 4 \cdot \pi \cdot r_2^2$ - площадь 2-й сферы.

Подставляя S_1 и S_2, получим:

$$n_1 = \frac{N}{4 \cdot \pi \cdot r_1^2}, \qquad n_2 = \frac{N}{4 \cdot \pi \cdot r_2^2}.$$

Отношение этих двух величин равно:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}.$$

С другой стороны:

$E_1 = k \cdot \dfrac{Q}{r_1^2}$ - напряженность поля на первой сфере.

$E_2 = k \cdot \dfrac{Q}{r_2^2}$ - напряженность поля на второй сфере.

Отношение напряженностей:

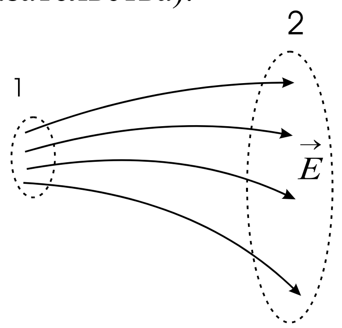
$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2} .$$

Сравнивая отношение густоты силовых линий и отношение напряженностей, видим, что они равны друг другу:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

Это означает, что напряженность поля пропорциональна густоте силовых линий и наоборот, т.е. по картине силовых линий можно судить не только о направлении поля, но и о его величине.

Это свойство справедливо для любого электрического поля, не только поля точечного заряда (без доказательства).



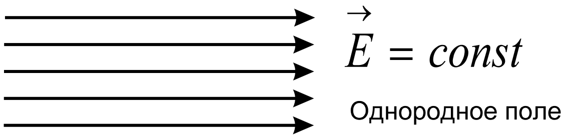
На фрагменте картинки силовых линий, изображенном на рисунке, напряженность поля в области 1 больше, чем в области 2, т.к. в области 1 густота силовых линий больше, чем в области 2 ($E_1 > E_2$).

Точное количественное определение величины напряженности с помощью густоты силовых линий невозможно, т.к. количество линий проводится произвольно. Можно говорить лишь о сравнительной величине напряженности поля в разных точках пространства.

Применительно к данному рисунку невозможно сказать, чему равна напряженность поля в областях 1 и 2. Можно лишь утверждать, что в области 1 она больше, чем в области 2.

Картина силовых линий точечного заряда наглядно показывает убывание напряженности поля по мере удаления от заряда. Силовые линии все больше расходятся, становятся все более редкими.

Поле, напряженность которого не зависит от координат, называется однородным. Его силовые линии - прямые, параллельные, равноудаленные (эквидистантные) линии.



Индукция (смещение) электрического поля.

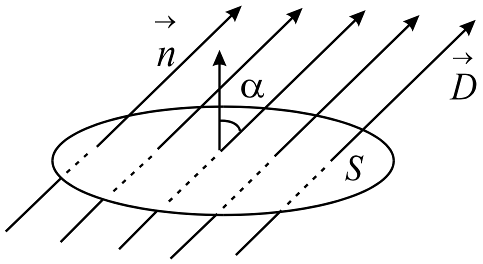
Для вакуума по определению электрическим смещением, или электрической индукцией называется вектор:

$$\left.\begin{array}{ll} \vec{D}=\varepsilon_0 \cdot \vec{E} & \text{в системе СИ} \\ \vec{D}=\vec{E} & \text{в системе СГСЭ} \end{array}\right\} \text{ в вакууме.}$$

Поток вектора индукции через поверхность.

Вектор индукции, также как и вектор напряженности, можно характеризовать силовыми линиями.

Пусть некоторую плоскую поверхность S пронизывают силовые линии однородного электрического поля, индукция которого $\vec{D}$. Пусть единичный вектор нормали $\vec{n}$ к поверхности S образует угол α с вектором $\vec{D}$.



Для этого случая по определению потоком вектора $\vec{D}$ через поверхность S называется скалярная величина:

$$\Phi = \vec{D} \cdot \vec{S} = D \cdot S \cdot Cos\alpha = D_n \cdot S \,.$$

Здесь $\vec{S} = S \cdot \vec{n}$, $D_n = D \cdot Cos\alpha$ - нормальная составляющая вектора $\vec{D}$.

Если поле неоднородно, а поверхность не плоская, то ее разбивают на бесконечно малые участки, каждый из которых можно считать плоским, а поле в пределах каждого из них можно считать однородным.

Поток через бесконечно малый участок площадью dS определяется как поток через плоскую поверхность в однородном поле:

$$d\Phi = \vec{D} \cdot d\vec{S}.$$

Здесь $d\vec{S} = dS \cdot \vec{n}$, а $\vec{n}$ - единичная нормаль к поверхности dS.

Затем поток через всю поверхность S определяется суммированием потоков через все бесконечно малые участки:

$$\Phi = \int_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \int_S D \cdot Cos\alpha \cdot dS = \int_S D_n \cdot dS.$$

Это общее определение потока индукции $\vec{D}$ через поверхность S в произвольном случае.

Теорема Остроградского - Гаусса.

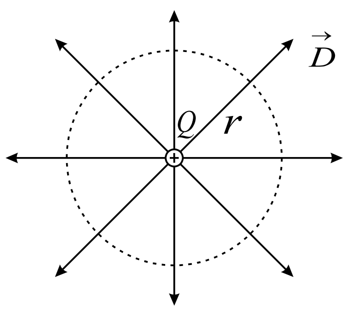
Рассмотрим снова поле точечного заряда. В системе СИ напряженность поля точечного заряда Q в вакууме вычисляется по формуле:

$$E = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2}.$$

Индукция этого поля:

$$D = \varepsilon_0 \cdot E = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^2}.$$

Окружаем (мысленно) заряд сферой с центром в заряде. Радиус сферы r.



Вычислим поток вектора $\vec{D}$ через эту сферическую поверхность.

$$\Phi = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \oint_S D \cdot Cos\alpha \cdot dS = \oint_S D \cdot dS = D \cdot \oint_S dS = D \cdot S = D \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 .$$

Кружок на интеграле означает, что интегрирование выполняется по замкнутой поверхности. При вычислении учтено, что всюду на поверхности сферы

$$\alpha = 0, \quad Cos\alpha = 1, \quad D = const .$$

Итак:

$$\Phi = D \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 .$$

Подставляя сюда выражение для D, получим:

$$\Phi = D \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 = \frac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^2} \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 = Q.$$

Окончательно:

$$\Phi = \oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q .$$

Это выражение получено для поля точечного заряда, но оно справедливо для поля любой системы зарядов (без доказательства).

$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q$ - теорема Остроградского-Гаусса в системе СИ.

В системе СГСЭ поле точечного заряда вычисляется по формуле:

$$D = E = \frac{Q}{r^2} .$$

Соответственно, теорема Остроградского-Гаусса имеет вид:

$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = 4 \cdot \pi \cdot Q$ - теорема Остроградского-Гаусса в системе СГСЭ.

Словесная формулировка теоремы Остроградского-Гаусса:

Поток вектора электрической индукции через любую замкнутую поверхность равен в системе СИ полному заряду, расположенному в объеме, ограниченном этой поверхностью ($4 \cdot \pi \cdot Q$ в системе СГСЭ).

Теорема Остроградского-Гаусса показывает, что полное количество силовых линий, выходящих из некоторого объема через его внешнюю поверхность, пропорционально величине заряда, заключенного в этом объеме.

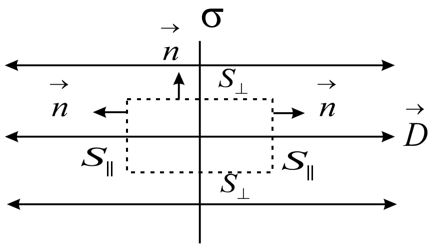
Или иначе - количество силовых линий, начинающихся на заряде, пропорционально величине этого заряда.

Примеры применения теоремы Остроградского-Гаусса.

Теорема Остроградского-Гаусса позволяет рассчитывать поля систем зарядов некоторых простых симметричных конфигураций. Рассмотрим вычисление полей плоскости, цилиндра и сферы.

1. Вычисление поля бесконечной однородно заряженной плоскости.

Пусть каждый квадратный метр плоскости имеет положительный заряд σ (поверхностная плотность заряда). На этих зарядах будут начинаться и уходить в бесконечность силовые линии электрического поля. Из соображений симметрии эти линии могут быть направлены только перпендикулярно заряженной плоскости.



Возьмем замкнутую поверхность S в виде цилиндра, основания которого параллельны плоскости. Тогда площадь S складывается из двух площадей оснований цилиндра $2 \cdot S_{\parallel}$ и площади боковой поверхности цилиндра $S_{\perp}$:

$$S = 2 \cdot S_{\parallel} + S_{\perp} .$$

В этом случае интеграл по замкнутой поверхности S равен сумме интегралов по поверхностям оснований и по боковой поверхности:

$$\oint\limits_{S} \vec{D} \cdot d\vec{S} = 2 \cdot \int\limits_{S_{\parallel}} \vec{D} \cdot d\vec{S} + \int\limits_{S_{\perp}} \vec{D} \cdot d\vec{S} \cdot$$

Интеграл по боковой поверхности цилиндра $S_{\perp}$ равен нулю, т.к. на этой поверхности всюду векторы $d\vec{S}$ (т.е. $\vec{n}$) и $\vec{D}$ перпендикулярны друг другу.

$$\int\limits_{S_{\perp}} \vec{D} \cdot d\vec{S} = 0, \qquad \text{т.к. } \vec{D} \perp d\vec{S} \text{ на поверхности } S_{\perp} .$$

Остается удвоенный интеграл по площади основания (интегралы по обеим площадям оснований равны друг другу из соображений симметрии).

$$2\cdot\int_{S_{\|}}\vec{D}\cdot d\vec{S} = 2\cdot\int_{S_{\|}} D\cdot dS = 2\cdot D\cdot\int_{S_{\|}} dS = 2\cdot D\cdot S_{\|}\ .$$

Здесь при вычислении учтено, что на основаниях цилиндра $\vec{D}\uparrow\uparrow d\vec{S}$ $(\alpha = 0,\ Cos\alpha = 1)$, а также ввиду равноправия всех точек оснований $D = const$.

Итак, получаем:

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = 2\cdot D\cdot S_{\|} = Q\ .$$

Заряд Q внутри объема, ограниченного выбранной цилиндрической поверхности - это заряд на той части плоскости, которая оказалась внутри этого цилиндра:

$$Q = \sigma\cdot S_{\|}\ .$$

В результате получаем:

$$2\cdot D\cdot S_{\|} = \sigma\cdot S_{\|}\ .$$

И окончательно (после сокращения площади $S_{\|}$):

$D = \dfrac{\sigma}{2}$, $\quad E = \dfrac{D}{\varepsilon_0} = \dfrac{\sigma}{2\cdot\varepsilon_0}$ - индукция и напряженность электрического поля

бесконечной равномерно заряженной плоскости в системе СИ.

Здесь σ = const - поверхностная плотность заряда на плоскости.

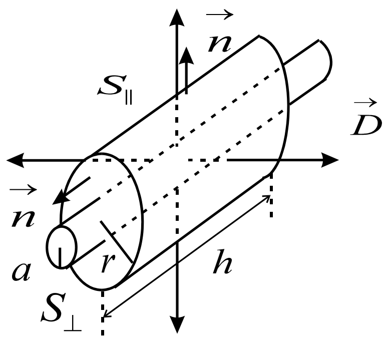
Таким образом, бесконечная равномерно заряженная плоскость является источником однородного (не зависящего от координат) электрического поля.

2. Поле равномерно заряженного бесконечного цилиндра.

Пусть на бесконечно длинном цилиндре равномерно распределен электрический заряд с линейной плотностью λ (это заряд на единицу длины). Радиус цилиндра обозначим a.

Окружаем (мысленно) произвольный участок этого цилиндра цилиндрической замкнутой поверхностью S. Ось этого воображаемого цилиндра совпадает с осью заряженного цилиндра, его длина h, радиус обозначим r. Этот радиус должен быть больше или равен a, чтобы замкнутая поверхность S содержала внутри себя участок заряженного цилиндра длиной h.

$$r \geq a\ .$$



Из соображений симметрии следует, что силовые линии электрического поля в данном случае - радиальные прямые, перпендикулярные оси цилиндра.

Представляем полный поток через замкнутую цилиндрическую поверхность S в виде суммы потоков через боковую поверхность цилиндра $S_{\|}$ и две поверхности оснований цилиндра $S_{\perp}$:

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = 2\cdot \int_{S_{\perp}} \vec{D}\cdot d\vec{S} + \int_{S_{\|}} \vec{D}\cdot d\vec{S}.$$

На обоих основаниях цилиндра вектор $\vec{D}$ и вектор $d\vec{S}$ (т.е. вектор $\vec{n}$) перпендикулярны друг другу, их скалярное произведение равно нулю, поток через поверхности обоих оснований равен нулю.

$$\int_{S_{\perp}} \vec{D}\cdot d\vec{S} = 0, \text{ т.к. } \vec{D}\perp d\vec{S} \text{ на обоих основаниях } S_{\perp}.$$

На боковой поверхности цилиндра во всех точках вектор $\vec{D}$ совпадает по направлению с вектором $d\vec{S}$ (т.е. с вектором $\vec{n}$), скалярное произведение этих векторов равно произведению их величин (косинус угла между этими векторами равен единице). Кроме того, их соображений симметрии следует, что величина вектора $\vec{D}$ одинакова во всех точках боковой поверхности. Тогда поток через боковую поверхность равен:

$$\int_{S_{\|}} \vec{D}\cdot d\vec{S} = \int_{S_{\|}} D\cdot dS = D\cdot \int_{S_{\|}} dS = D\cdot S_{\|} = D\cdot 2\cdot \pi\cdot r\cdot h.$$

Итак, полный поток через замкнутую поверхность S равен:

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{S} = D\cdot 2\cdot \pi\cdot r\cdot h.$$

На основании теоремы Остроградского-Гаусса этот поток должен быть равен полному заряду внутри поверхности S. Полный заряд равен заряду той части заряженного цилиндра, которая находится внутри поверхности S:

$$Q = \lambda \cdot h\,.$$

Приравниваем правые части двух последних равенств:

$$D \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h = \lambda \cdot h\,.$$

Сокращаем h и окончательно получаем:

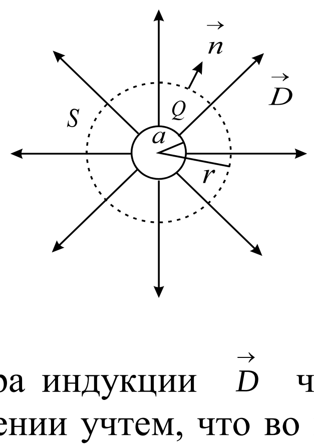
$D = \dfrac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot r}$, $E = \dfrac{D}{\varepsilon_0} = \dfrac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \varepsilon_0}$ - выражения для индукции и напряженности поля бесконечного равномерно заряженного цилиндра в системе СИ. Эти формулы применимы только для $r \geq a$. λ - линейная плотность заряда.

Напряженность поля цилиндра убывает обратно пропорционально первой степени расстояния от оси цилиндра.

3. Поле равномерно заряженной сферы или шара.

Пусть на поверхности сферы или в объеме шара равномерно распределен заряд Q. Радиус сферы a. В пространстве вне сферы (или шара) будет существовать электрическое поле, силовые линии которого из соображений симметрии могут быть только радиальными прямыми.

Окружаем заряженную сферу воображаемой замкнутой поверхностью S тоже в виде сферы, радиус которой $r \geq a$, а центр совпадает с центром заряженной сферы.



Вычислим поток вектора индукции $\vec{D}$ через замкнутую сферическую поверхность S. При вычислении учтем, что во всех точках этой поверхности вектор $\vec{D}$ совпадает по направлению с вектором $d\vec{S}$ (т.е. с вектором $\vec{n}$), скалярное произведение этих векторов равно произведению их величин (косинус угла между этими векторами равен единице). Кроме того, их соображений симметрии следует, что величина вектора $\vec{D}$ одинакова во всех точках сферы. С учетом всего этого получим:

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = \oint_S D \cdot dS = D \cdot \oint_S dS = D \cdot S = D \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2.$$

На основании теоремы Остроградского-Гаусса приравниваем этот поток полному заряду внутри поверхности S, т.е. заряду Q:

$$D \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 = Q.$$

Отсюда:

$D = \dfrac{Q}{4 \cdot \pi \cdot r^2}$, $E = \dfrac{D}{\varepsilon_0} = \dfrac{Q}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2}$ - выражения для индукции и напряженности поля равномерно заряженной сферы или шара в системе СИ. Эти выражения справедливы для $r \geq a$.

Вне сферы (или шара) поле такое же, как и поле точечного заряда, помещенного в центр сферы. Напряженность убывает обратно пропорционально квадрату расстояния от центра сферы.

Если заряд равномерно распределен по поверхности сферы, то внутри сферы $(r < a)$ поле равно нулю, т.к. любая замкнутая поверхность, взятая внутри такой сферы, не содержит заряда.

Если заряд равномерно распределен по объему шара, то поле внутри шара не равно нулю, но и не такое, как у точечного заряда.

Работа электрического поля. Потенциал.

На заряд q, находящийся в электрическом поле, действует сила со стороны этого поля:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E},$$

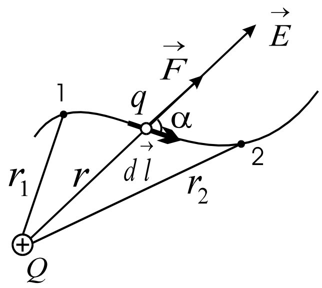
где $\vec{E}$ - напряженность поля.

Если заряд перемещается, то перемещается точка приложения силы, следовательно, сила совершает работу.

Работа силы электростатического поля не зависит от формы пути, т.е. электростатическое поле потенциально.

Покажем это на примере поля точечного заряда. Пусть некоторый точечный заряд q перемещается из произвольной точки 1 в произвольную точку 2 по произвольной траектории в поле другого точечного заряда Q. Пусть оба заряда для определенности положительные.

Выделим на траектории бесконечно малый участок dl и вычислим работу силы F на этом участке.



Работа dA силы F на участке dl равна:

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{l} = F \cdot dl \cdot Cos\alpha \ ,$$

где α - угол между векторами $\vec{F}$ и $d\vec{l}$ (направлением движения).

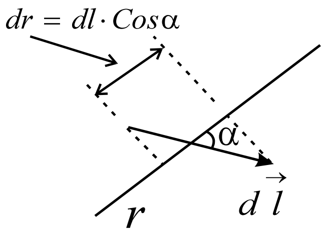
Сила взаимодействия двух точечных зарядов F определяется из закона Кулона:

$F = k \cdot \dfrac{q \cdot Q}{r^2}$, k - коэффициент, зависящий от выбора системы единиц.

Подставляем это в выражение для работы и получаем:

$$dA = k \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2} \cdot dl \cdot Cos\alpha \, .$$

Изобразим в более крупном масштабе участок dl:



Из этого рисунка видно, что $dl \cdot Cos\alpha = dr$ - проекция вектора $d\vec{l}$ на направление r, соединяющее оба заряда.

Для работы dA получается такое выражение:

$$dA = k \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2} \cdot dr \, .$$

Полная работа при перемещении заряда из точки 1 в точку 2 находится суммированием всех работ по всем малым участкам:

$$A_{12} = \int_1^2 dA = k \cdot q \cdot Q \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} = -k \cdot q \cdot Q \cdot \frac{1}{r}\Bigg|_{r_1}^{r_2} =$$

$$= -k \cdot q \cdot Q \cdot \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) = k \cdot q \cdot Q \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Таким образом, работа при перемещении точечного заряда q в поле другого точечного заряда Q из произвольной точки 1 в произвольную точку 2 по произвольной траектории равна:

$$A_{12} = k \cdot q \cdot Q \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right).$$

Здесь

$$k = \begin{cases} \dfrac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} & \text{в системе СИ} \\ 1 & \text{в системе СГСЭ} \end{cases}$$

Полученное выражение показывает, что работа определяется только взаимным расположением точек 1 и 2, не зависит от формы пути. Например, если $r_1 = r_2$, то работа $A_{12} = 0$ независимо от формы пути.

Работа силы электростатического поля не зависит от формы пути. Это утверждение справедливо для поля, создаваемого любой системой неподвижных зарядов, не только для поля точечного заряда. Обосновать это утверждение можно следующим образом. На основании принципа суперпозиции поле любой системы зарядов можно представить в виде векторной суммы полей точечных зарядов (все заряды складываются из зарядов электронов и протонов). Для поля каждого такого точечного заряда данное свойство доказано. Следовательно, для суммарного поля это свойство тоже справедливо:

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i \qquad \rightarrow \qquad A = \sum_i A_i .$$

A_i не зависит от формы пути, следовательно, A не зависит от формы пути.

В произвольном случае сила, действующая на заряд q, вычисляется не по закону Кулона, а на основании общего выражения для силы:

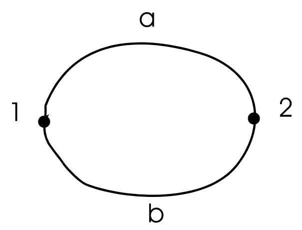
$\vec{F} = q \cdot \vec{E}$, где $\vec{E}$ - напряженность поля.

Тогда работа на малом участке dl:

$dA = \vec{F} \cdot d\vec{l} = q \cdot \vec{E} \cdot d\vec{l}$, а полная работа на всем пути:

$$A_{12} = \int_1^2 dA = q\cdot \int_1^2 \vec{E}\cdot d\vec{l}$$ - не зависит от формы пути.

Независимость работы от формы пути означает, что работа поля при перемещении по любому замкнутому пути равна нулю. Действительно, переместим заряд по произвольному замкнутому пути 1a2b1.



Полная работа по всему пути будет складываться из работ по отдельным его участкам:

$$A_{1a2b1} = A_{1a2} + A_{2b1}.$$

Сила со стороны электрического поля на заряд зависит только от положения этого заряда и не зависит от направления его движения. Это означает, что:

$$A_{2b1} = -A_{1b2},$$

т.е. работа при перемещении в одну сторону равна работе при перемещении по этому же пути в другую сторону со знаком минус, так как при смене направления движения на противоположное меняется направление каждого вектора $d\vec{l}$, а направление вектора $\vec{F}$ остается неизменным.

Таким образом, можно записать:

$$A_{1a2b1} = A_{1a2} + A_{2b1} = A_{1a2} - A_{1b2} = 0.$$

Последнее равенство обусловлено независимостью работы от формы пути:

$$A_{1a2} = A_{1b2}.$$

Независимость работы от формы пути означает, что работа по любому замкнутому пути равна нулю и наоборот, аналогичными рассуждениями можно показать, что из условия равенства нулю работы по любому замкнутому пути можно получить условие независимости работы от формы пути.

Утверждения о независимости работы от формы пути и равенстве нулю работы по любому замкнутому пути полностью равнозначны, эквивалентны и отражают самое главное свойство электростатического поля - его потенциальность.

Электростатическое поле потенциально, т.е. работа в этом поле не зависит от формы пути, работа по любому замкнутому пути равна нулю.

Работа по произвольному замкнутому пути l в произвольном электростатическом поле вычисляется следующим образом:

$$A = q \cdot \oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l}\,.$$

Эта работа равна нулю, следовательно:

$$\oint_l \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0.$$

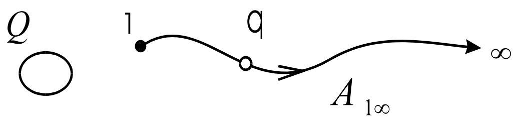
Кружок на интеграле означает, что интеграл вычисляется по замкнутому контуру.

Интеграл такого вида по замкнутому контуру называется циркуляцией вектора $\vec{E}$ по контуру l.

Последнее выражение представляет собой еще одну, математическую формулировку основного свойства электростатического поля:

Циркуляция вектора напряженности электростатического поля по любому замкнутому контуру равна нулю.

Пусть теперь в электростатическом поле произвольного (не обязательно точечного) заряда Q перемещается точечный заряд q из произвольной точки 1 в бесконечность по произвольной траектории.



При этом поле заряда Q совершит работу $A_{1\infty}$, не зависящую от формы пути, а только от положения точки 1 и от величины заряда q.

Удвоим заряд q и этот удвоенный заряд опять перенесем по той же траектории из той же точки 1 в ту же бесконечность. Сила, действующая на заряд, удвоится во всех точках траектории. Следовательно, удвоится работа этой силы (т.к. сила удвоилась, а траектория осталось прежней).

$$q \to 2 \cdot q,\ F \to 2 \cdot F\ \ (\text{т.к. } \mathrm{F} = \mathrm{q} \cdot \mathrm{E}),\ A \to 2 \cdot A\,.$$

Если вычислить отношение работы к переносимому заряду, то оно уже не будет зависеть от этого заряда:

$$\frac{A_{1\infty}}{q}\ \text{ - не зависит от q.}$$

Действительно, заряд q удвоили, работа тоже удвоилась, а отношение, следовательно, не изменилось.

Это отношение, таким образом, является характеристикой самого поля.

Эта характеристика называется потенциалом поля в точке 1, или для краткости - потенциалом точки 1.

$$\varphi_1 = \frac{A_{1\infty}}{q} \quad \text{- потенциал точки 1.}$$

Данное выражение представляет собой общее определение потенциала, справедливое для любого электростатического поля в любой системе единиц.

Потенциал поля в т.1 - это отношение работы, совершаемой при перенесении заряда из этой точки в бесконечность, к этому заряду.

Или иначе, потенциал точки - это работа по перенесению единичного положительного заряда из данной точки в бесконечность.

Единица измерения потенциала устанавливается на основании его определения в обеих системах единиц.

В системе СГСЭ: $$1 \text{ ед. СГСЭ}_\varphi = \frac{1\text{ эрг}}{1\text{ ед. СГСЭ}_q}.$$

В системе СИ: $$1 \text{ Вольт} = \frac{1\text{ Дж}}{1\text{ Кл}}.$$

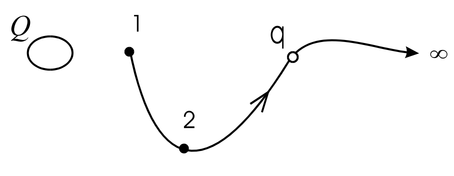
Соотношение между этими единицами:

$$1\text{ В} = \frac{1\text{ Дж}}{1\text{ Кл}} = \frac{10^7\text{ эрг}}{3\cdot 10^9\text{ ед.СГСЭ}_q} = \frac{1}{300}\text{ ед.СГСЭ}_\varphi.$$

$1\text{ В} = \frac{1}{300}$ ед. СГСЭ$_\varphi$ и обратно: 1 ед. СГСЭ$_\varphi$ = 300 В.

Разность потенциалов (напряжение).

Работа электростатического поля не зависит от формы пути. Переносим заряд q из точки 1 в бесконечность и при этом завернем в точку 2, т.к. все равно - по какому пути переносить заряд из т.1 в бесконечность.



По определению:

$$\varphi_1 = \frac{A_{1\infty}}{q} \text{ - потенциал точки 1.}$$

Работа по всему пути равна сумме работ по его отдельным участкам:

$$A_{1\infty} = A_{12} + A_{2\infty}.$$

Подставляем это в выражение для потенциала и получаем:

$$\varphi_1 = \frac{A_{1\infty}}{q} = \frac{A_{12} + A_{2\infty}}{q} = \frac{A_{12}}{q} + \frac{A_{2\infty}}{q}.$$

По определению:

$$\varphi_2 = \frac{A_{2\infty}}{q} \text{ - потенциал точки 2.}$$

Получаем: $\varphi_1 = \dfrac{A_{12}}{q} + \varphi_2$, откуда:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q}.$$

Получилась разность потенциалов точек 1 и 2. Эта величина так и называется - разность потенциалов точек 1 и 2, или напряжение между точками 1 и 2.

Разность потенциалов (напряжение) между точками 1 и 2 равна отношению работы по перенесению заряда из т.1 в т.2 к этому заряду.

Или - это работа по перенесению единичного положительного заряда из т.1 в т.2.

Для обозначения разности потенциалов применяется обычно буква U. Иногда (когда это существенно) при этой букве ставятся индексы, указывающие последовательность перемещения между точками. Перемена индексов местами должна сопровождаться сменой знака разности потенциалов.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = U_{12} = \frac{A_{12}}{q}.$$

$$U_{21} = \varphi_2 - \varphi_1 = -(\varphi_1 - \varphi_2) = -U_{12}.$$

Зная разность потенциалов, можно вычислить работу по перемещению заряда:

$$A_{12} = q \cdot U_{12} = q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = -q \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) = -q \cdot \Delta\varphi$$ - не зависит от формы пути.

Практическое значение имеет не сам потенциал, а его разность. Поэтому точку нулевого потенциала можно выбрать произвольно и отсчитывать от нее потенциалы всех остальных точек.

Например, запись:

$$\varphi_1 = \frac{A_{1\infty}}{q}$$

означает, что точка нулевого потенциала в бесконечности. Действительно:

$$\varphi_\infty = \frac{A_{\infty\infty}}{q} = 0 .$$

Для многих физических теоретических расчетов такой выбор точки нулевого потенциала удобен, но для технических - не очень. Для технических расчетов точку нулевого потенциала выбирают где-нибудь поближе, например, на поверхности Земли, или на корпусе электрического прибора.

Потенциальная энергия заряда в электрическом поле.

Энергия - это мера способности системы совершить работу.

Если заряд q находится в точке с потенциалом φ, то электрическое поле может совершить работу:

$$A = q \cdot \varphi .$$

Это и есть энергия системы: электрическое поле + заряд, или энергия заряда в электрическом поле. Эта энергия обусловлена определенным положением заряда в поле, т.е. это энергия положения, потенциальная энергия.

$$W_{эл} = q \cdot \varphi .$$

Отсюда можно получить еще одно определение потенциала:

$$\varphi = \frac{W_{эл}}{q},$$

т.е. потенциал в данной точке - это потенциальная энергия единичного положительного заряда в этой точке (в учебнике И.В.Савельева это определение является первичным, в учебнике С.Г.Калашникова - вторичным).

Работа по перенесению заряда из точки 1 в точку 2:

$$A_{12} = q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = q \cdot \varphi_1 - q \cdot \varphi_2 = W_{эл1} - W_{эл2} = -(W_{эл2} - W_{эл1}) = -\Delta W_{эл} .$$

Работа равна разности потенциальных энергий с минусом, как это и полагается для потенциальных полей, как это было и для гравитационного поля Земли.

Внесистемная единица энергии - электронвольт.

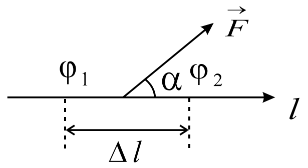
Это энергия, равная работе поля при перемещении электрона между точками с разностью потенциалов 1 Вольт.

$A = q \cdot U$. $\quad$ q = 1.6·10 $^{-19}$ Кл, U = 1 В,

1 эв = 1.6·10 $^{-19}$ Кл · 1 В = 1.6·10 $^{-19}$ Дж = 1.6·10^{-12} эрг.

Связь между напряженностью электростатического поля и потенциалом.

Вычислим работу, совершаемую электростатическим полем при перемещении заряда на небольшое расстояние Δl, двумя способами и приравняем оба результата.



По определению работы:

$$A_{12} = F \cdot \Delta l \cdot Cos\alpha .$$

Здесь $\vec{F}$ - сила, действующая на заряд со стороны электрического поля, α - угол между направлением силы и направлением перемещения заряда.

Сила вычисляется в общем случае таким образом:

$F = q \cdot E$, где E - напряженность поля.

Тогда:

$$A_{12} = q \cdot E \cdot \Delta l \cdot Cos\alpha = q \cdot E_l \cdot \Delta l,$$

где $E_l = E \cdot Cos\alpha$ - проекция вектора напряженности электрического поля на направление движения l.

Итак, работа при перемещении между двумя близкими точками на расстоянии Δl равна:

$$A_{12} = q \cdot E_l \cdot \Delta l .$$

С другой стороны, эта же работа может быть вычислена через разность потенциалов между этими точками:

$$A_{12} = q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = -q \cdot (\varphi_2 - \varphi_1) = -q \cdot \Delta\varphi \,.$$

Здесь φ_1 и φ_2 - потенциалы начальной и конечной точек перемещения, $\Delta\varphi$ - разность этих потенциалов.

Приравниваем оба результата друг другу:

$$q \cdot E_l \cdot \Delta l = -q \cdot \Delta\varphi \,.$$

Сокращаем q: $E_l \cdot \Delta l = -\Delta\varphi$ и получаем:

$$E_l = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta l} \,.$$

Это равенство не совсем точное, т.к. в общем случае напряженность E различна в различных точках участка Δl. Чем меньше этот участок, тем точнее равенство. В пределе, при Δl ---> 0 равенство становится точным:

$$E_l = -\frac{\partial\varphi}{\partial l} \,.$$

Предел правой части - это производная, причем, в данном случае - частная производная (круглая по написанию, а не прямая). Смысл применения частной производной заключается в данном случае в том, что потенциал φ зависит в общем случае от всех направлений в пространстве, а составляющая поля E_l определяется производной только по направлению l.

Направление l - это произвольное направление в пространстве. В частности, полученное выражение можно записать и для направлений, соответствующих координатным осям x, y, z:

$$E_x = -\frac{\partial\varphi}{\partial x} \,, \qquad E_y = -\frac{\partial\varphi}{\partial y} \,, \qquad E_z = -\frac{\partial\varphi}{\partial z} \,.$$

Эти соотношения представляют собой проекции вектора $\vec{E}$ на координатные оси, а это означает, что сам вектор $\vec{E}$ может быть записан таким образом:

$$\vec{E} = E_x \cdot \vec{i} + E_y \cdot \vec{j} + E_z \cdot \vec{k} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z} \cdot \vec{k}\right) .$$

Здесь $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - единичные векторы вдоль координатных осей x, y, z соответственно (орты осей).

Вектор в скобках по определению называется градиентом скалярной величины φ. Градиент скалярной величины φ обозначается таким образом: $\nabla\varphi$ (∇ - греческая буква набла).

Окончательно получаем:

$$\vec{E} = -\nabla\varphi .$$

Это выражение и представляет собой связь между вектором напряженности электрического поля и скалярной величиной потенциала этого поля. Напряженность равна минус градиенту потенциала.

Математический смысл градиента - это вектор, направление которого совпадает с направлением наискорейшего нарастания (в пространстве) скалярной величины φ, а величина равна скорости нарастания в этом направлении.

Связь между напряженностью и потенциалом позволяет по известному пространственному распределению потенциала определить распределение напряженности и наоборот.

Определим, например, распределение потенциала для поля точечного заряда, поля цилиндрического заряда и для однородного поля (поля плоскости).

1. Распределение потенциала поля точечного заряда.

Напряженность поля точечного заряда направлена вдоль радиального направления и зависит только от одной координаты r вдоль этого же направления, поэтому можно записать:

$$E = E_r = k \cdot \frac{Q}{r^2} .$$

Градиент потенциала φ имеет только одну составляющую - вдоль r:

$$(\nabla\varphi)_r = \frac{\partial\varphi}{\partial r} .$$

Таким образом:

$$E = E_r = -(\nabla\varphi)_r = -\frac{\partial\varphi}{\partial r} = -\frac{d\varphi}{dr} .$$

В этом выражении частная (круглая) производная заменена полной (прямой) производной, так как ввиду симметрии задачи потенциал может зависеть только от одной координаты r, а частная производная имеет смысл только в том случае, если функция зависит от двух и более аргументов.

Получаем:

$$E = -\frac{d\varphi}{dr} \qquad \text{отсюда} \qquad d\varphi = -E \cdot dr .$$

Подставляем выражение для поля точечного заряда и получаем:

$$d\varphi = -k \cdot Q \cdot \frac{dr}{r^2} \;.$$

Интегрируем обе части этого равенства:

$$\int\limits_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = -k \cdot Q \cdot \int\limits_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r^2} \;.$$

Выполняя интегрирование, получим:

$$\varphi\Big|_{\varphi_1}^{\varphi_2} = -k \cdot Q \cdot \left(-\frac{1}{r}\right)\Big|_{r_1}^{r_2} \;.$$

Выполняем подстановку:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = k \cdot Q \cdot \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1}\right) = \frac{k \cdot Q}{r_2} - \frac{k \cdot Q}{r_1} \;.$$

В результате получается:

$\varphi_1 = k \cdot \frac{Q}{r_1}$, $\qquad \varphi_2 = k \cdot \frac{Q}{r_2}$, а в общем случае:

$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r}$ - потенциал поля точечного заряда Q в вакууме.

Коэффициент k зависит только от выбора системы единиц:

$$k = \begin{cases} \dfrac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} & \text{в системе СИ} \\ 1 & \text{в системе СГСЭ.} \end{cases}$$

Выражение для потенциала поля точечного заряда справедливо и для поля шарового или сферического заряда за пределами шара (сферы), т.е. для $r \geq a$, где a - радиус шара (сферы), т.к. выражение для напряженности поля шарового (сферического) заряда за пределами шара (сферы) такое же, как и для поля точечного заряда.

2. Поле бесконечного цилиндра в вакууме.

Напряженность поля бесконечного равномерно заряженного цилиндра в вакууме в системе СИ вычисляется по формуле:

$$E = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \varepsilon_0} \;.$$

Здесь λ - заряд единицы длины цилиндра, r - расстояние от оси цилиндра. Формула справедлива при условии $r \geq a$, где a - радиус цилиндра.

Из соображений симметрии следует, что поле может быть направлено только вдоль радиального направления r и все величины, характеризующие поле, могут зависеть только от одной координаты r. Следовательно:

$$E = E_r = -\frac{\partial\varphi}{\partial r} = -\frac{d\varphi}{dr},$$

т.е. $E = -\frac{d\varphi}{dr}$ откуда $d\varphi = -E \cdot dr$.

Подставляем сюда выражение для напряженности поля:

$$d\varphi = -\frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \frac{dr}{r}.$$

Интегрируем обе части равенства:

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = -\frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r}.$$

Выполняем интегрирование:

$$\varphi \Big|_{\varphi_1}^{\varphi_2} = -\frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \ln r \Big|_{r_1}^{r_2}.$$

Делаем подстановки:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot (\ln r_2 - \ln r_1) = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot (\ln r_1 - \ln r_2) = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \ln\frac{r_1}{r_2}.$$

Окончательно:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = \frac{\lambda}{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} \cdot \ln\frac{r_1}{r_2}.$$

Это выражение показывает, что потенциал поля цилиндрического заряда зависит от радиальной координаты r по логарифмическому закону.

3. Однородное поле, в частности, поле бесконечной плоскости.

Напряженность поля бесконечной равномерно заряженной плоскости в вакууме в системе СИ определяется выражением:

$$E = \frac{\sigma}{2 \cdot \varepsilon_0}.$$

Здесь σ - заряд единицы поверхности. Это выражение показывает, что напряженность поля не зависит от координат, т.е. это однородное поле.

Из соображений симметрии следует, что это поле может быть направлено только вдоль координаты x, перпендикулярной заряженной плоскости, а потенциал может зависеть только от одной этой координаты x, т.е. можно записать:

$$E = E_x = -\frac{\partial \varphi}{\partial x} = -\frac{d\varphi}{dx} \ .$$

Получаем:

$$E = -\frac{d\varphi}{dx} \qquad \text{или} \qquad d\varphi = -E \cdot dx \ .$$

Интегрируем последнее выражение с учетом того, что E = const (однородное поле):

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\varphi = -E \cdot \int_{x_1}^{x_2} dx \ .$$

Выполняем интегрирование, делаем подстановки и получаем:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -E \cdot (x_2 - x_1) \qquad \text{или} \qquad \varphi_1 - \varphi_2 = E \cdot (x_2 - x_1) \, .$$

Эти выражения показывают, что в однородном поле, направленном вдоль координаты x, потенциал линейно зависит от этой координаты.

Обозначим:

$d = x_2 - x_1$ - расстояние между двумя точками вдоль силовой линии однородного поля. Тогда разность потенциалов между этими точками равна:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = U_{12} = E \cdot d \, .$$

Из этого выражения можно вычислить напряженность однородного поля, если известна разность потенциалов между двумя точками вдоль силовой линии поля:

$$E = \frac{U_{12}}{d} \, .$$

Две последние формулы справедливы только для однородного поля. На основании последнего выражения устанавливается единица напряженности электрического поля в системе СИ.

$$U_{12} = 1B, \quad d = 1\,\text{м} \qquad \rightarrow \ \text{E} = \frac{1\text{В}}{1\text{м}} = 1\frac{\text{В}}{\text{м}}$$ (вольт на метр).

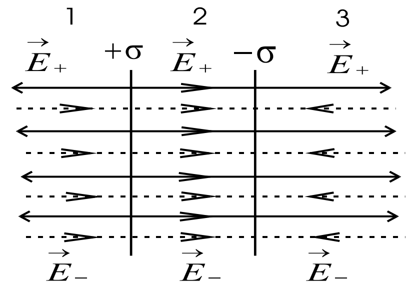
Один вольт на метр - это напряженность такого однородного поля, в котором разность потенциалов между двумя точками, удаленными друг от друга вдоль силовой линии на 1 м, равна 1 В.

Однородное поле можно также получить между двумя бесконечными параллельными плоскостями, заряженными равномерно разноименными зарядами с одинаковой поверхностной плотностью σ.

Каждая из этих плоскостей создает однородное поле. Суммарное поле в соответствии с принципом суперпозиции определяется как векторная сумма полей каждой из плоскостей.

Величина напряженности поля каждой плоскости:

$$E_+ = E_- = \frac{\sigma}{2 \cdot \varepsilon_0}$$ - в системе СИ в вакууме.



Здесь $\vec{E}_+$ - поле, создаваемое положительно заряженной плоскостью (левой), $\vec{E}_-$ - поле, создаваемое отрицательно заряженной плоскостью (правой).

Согласно принципу суперпозиции в каждой точке пространства результирующее поле равно:

$$\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_- .$$

В области 1 слева от левой плоскости и в области 3 справа от правой плоскости поля $\vec{E}_+$ и $\vec{E}_-$ направлены в противоположные стороны и их векторная сумма равна нулю, т.к. $E_+ = E_-$.

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_3 = 0 \text{ , т.к. } \vec{E}_+ \downarrow\uparrow \vec{E}_- \text{ в областях 1 и 3.}$$

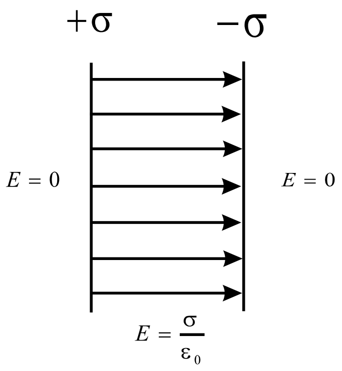
В области 2 между обеими плоскостями поля $\vec{E}_+$ и $\vec{E}_-$ направлены в одну сторону и величина их суммы равна удвоенному значению любого из них, т.к. они равны.

$$\vec{E}_2 = \vec{E}_+ + \vec{E}_- = 2 \cdot \vec{E}_+ = 2 \cdot \vec{E}_- \text{ , т.к. } \vec{E}_+ \uparrow\uparrow \vec{E}_- \text{ в области 2.}$$

Таким образом, между двумя параллельными бесконечными плоскостями, разноименно заряженными с одинаковой поверхностной плотностью, существует однородное электрическое поле, напряженность которого равна:

$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ - поле между параллельными разноименно заряженными плоскостями в системе СИ в вакууме.

Во внешних областях пространства такой системы суммарное поле равно нулю.

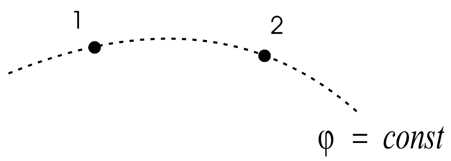


Эквипотенциальные поверхности.

Эквипотенциальная поверхность, или эквипотенциаль - это воображаемая поверхность в пространстве, разность потенциалов между любыми двумя точками которой равна нулю.

Или поверхность, все точки которой имеют одинаковый потенциал.

$\varphi(x,y,z) = const$ - эквипотенциальная поверхность.



$$\varphi_1 = \varphi_2, \quad \varphi_1 - \varphi_2 = 0.$$

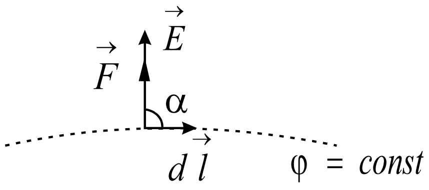
Это означает, что работа по перемещению заряда q между любыми двумя точками эквипотенциальной поверхности равна нулю.

$$A_{12} = q \cdot (\varphi_1 - \varphi_2) = 0.$$

Между любыми точками, в том числе и при перемещении между двумя бесконечно близкими точками вдоль эквипотенциальной поверхности.

$$dA = \vec{F} \cdot d\vec{l} = F \cdot Cos\alpha \cdot dl = 0$$

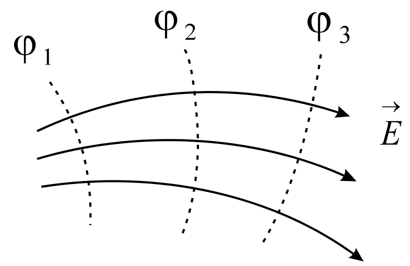
Т.к. в данном случае сила не равна нулю ($F \neq 0$) и перемещение не равно нулю ($dl \neq 0$), то для равенства нулю работы может быть только одна возможность - должен быть равен нулю косинус угла α между силой и направлением движения, т.е. направление силы и направление движения должны быть взаимно перпендикулярны ($\alpha = \frac{\pi}{2}$).



Направление силы совпадает с направлением вектора напряженности поля (или противоположно ему), следовательно, вектор напряженности перпендикулярен эквипотенциальной поверхности в любой ее точке.

Напряженность направлена всегда по касательной к силовой линии.

Следовательно, во всех точках пространства силовые линии и эквипотенциальные поверхности перпендикулярны друг другу.



$$\varphi_1 \neq \varphi_2 \neq \varphi_3 \quad .$$

$\varphi_1 > \varphi_2 > \varphi_3$. Это следует из формулы:

$$\vec{E} = -\nabla\varphi .$$

Градиент потенциала $\nabla\varphi$ по определению градиента направлен в сторону увеличения потенциала, а он же со знаком минус - в сторону убывания.

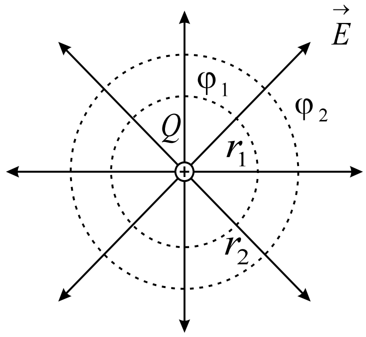
Силовые линии электростатического поля всегда идут в сторону убывания потенциала.

Если эквипотенциальные поверхности рисовать таким образом, чтобы каждая пара соседних поверхностей соответствовала одной и той же разности потенциалов, то эти поверхности будут располагаться гуще там, где напряженность поля больше, т.к. $\vec{E} = -\nabla\varphi$, а градиент потенциала больше там, где эквипотенциали гуще.

Примеры эквипотенциальных поверхностей различных полей.

1. Точечный заряд (сферический, шаровой заряд).

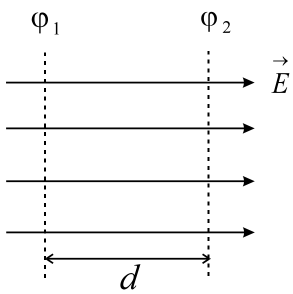
Силовые линии - радиальные прямые, следовательно, эквипотенциальные поверхности - сферы с центром в заряде (в центре заряженной сферы или шара).



$$\varphi_1 = k \cdot \frac{Q}{r_1}, \quad \varphi_2 = k \cdot \frac{Q}{r_2} \qquad \varphi_1 > \varphi_2 .$$

2. Однородное поле (поле плоскости или двух плоскостей).

Силовые линии - равноудаленные параллельные прямые, следовательно, эквипотенциальные поверхности - плоскости, перпендикулярные силовым линиям.



$$\varphi_1 - \varphi_2 = E \cdot d .$$

Проводники в электростатическом поле.

Изучение влияния различных материальных сред на электрические поля начнем с рассмотрения проводящих сред.

Проводниками являются все металлы. Способность вещества быть проводником обусловлена особенностями строения его атомов.

Внешние (валентные) электроны атомов всех металлов очень слабо связаны с ядром своего атома, т.к. внешние электроны находятся сравнительно далеко от ядра и, кроме того, экранированы от него более близкими полностью заполненными электронными оболочками. Внешняя оболочка атомов металлов не заполнена, на ней обычно 1 - 2, иногда больше электронов.

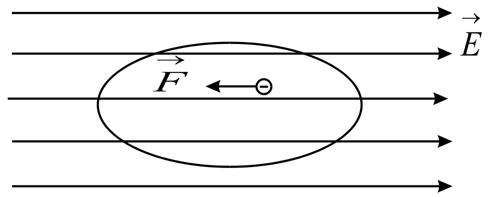
Достаточно небольшого воздействия, чтобы внешний электрон покинул свой атом. Такое воздействие всегда имеется в виде тепловых колебаний атомов. Поэтому в металлах практически все электроны внешней оболочки каждого атома находятся в свободном состоянии, не связаны со своими атомами, свободно перемещаются внутри кристаллической решетки, образованной положительными ионами, т.е. атомами, лишившимися своих внешних электронов.

Итак, два главных обстоятельства определяют электрические свойства проводников.

1. Свободных электронов внутри проводника очень много, как минимум, столько же, сколько атомов.

2. Нет никаких препятствий для передвижения свободных электронов внутри металла.

Поместим нейтральный проводник во внешнее электростатическое поле, для определенности однородное.



Такова картина в первый момент времени t = 0, когда поле $\vec{E}$ только что мгновенно включили.

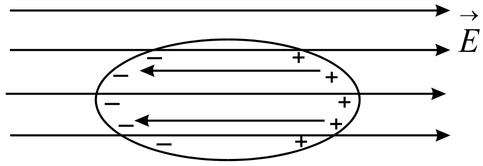
На каждый свободный электрон начнет действовать сила $\vec{F}$, направленная против силовой линии, т.к. электрон - частица отрицательная.

Нет никаких препятствий для движения электронов внутри металла. Поэтому электроны под действием этой силы будут перемещаться справа налево, пока не достигнут границы металла. Дальше они двигаться не смогут. Есть причины, удерживающие электроны внутри металла. Эти причины будут рассматриваться позже.

Чтобы выйти из металла, электрон должен получить дополнительную энергию, называемую работой выхода. В обычных условиях у электрона этой энергии нет, поэтому на границе металла он остановится.

В результате на левой границе будут накапливаться не скомпенсированные отрицательные заряды. На правой границе появятся не скомпенсированные положительные заряды ионов кристаллической решетки.

Получится такая промежуточная картина:



Любой не скомпенсированный заряд является источником электрического поля. Т.е. появятся силовые линии, начинающиеся на положительных зарядах и оканчивающиеся на отрицательных. Образующееся внутреннее поле направлено против внешнего поля. В результате суммарное поле внутри металла станет меньше.

Чем больше переместится электронов, тем меньше станет суммарное поле. А перемещение будет происходить до тех пор, пока не исчезнет причина этого перемещения, т.е. пока суммарное поле не станет равным нулю. Только тогда движение электронов прекратится и установится равновесие.

Электронов в металле очень много, достаточно для того, чтобы своим перемещением полностью скомпенсировать любое внешнее поле.

Итак, конечный итог этого процесса - полная компенсация внешнего поля внутри металла полем перераспределившихся свободных электронов. В результате полное поле внутри металла станет равным нулю.

Процесс этот происходит очень быстро, поэтому можно считать, что в электростатике поле внутри металла всегда равно нулю.

$\vec{E} = 0$ внутри металла в электростатике.

Это основное свойство металла в электростатическом поле. Перераспределение свободных зарядов приводит к полному исчезновению электрического поля внутри металла.

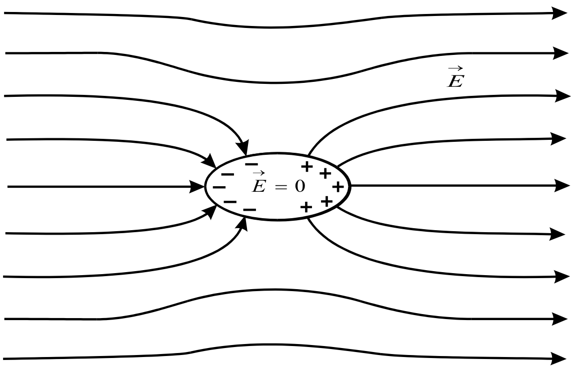
Отсюда следует, что металл в электростатическом поле эквипотенциален. Действительно:

$\vec{E} = -\nabla\varphi = 0$ это означает, что $\varphi = const$ во всех точках металла.

Все точки металла и внутри, и на его поверхности имеют одинаковый потенциал.

Итак, внутри металла не может быть ни одной силовой линии. Все силовые линии внешнего поля должны заканчиваться или начинаться на поверхности металла. А поверхность металла эквипотенциальна. А силовые линии должны быть перпендикулярны эквипотенциальной поверхности. Следовательно, к поверхности металла силовые линии электростатического поля должны подходить строго перпендикулярно.

В результате окончательная картина должна иметь такой вид:



По мере удаления от металла силовые линии все слабее искажаются и на достаточно большом расстоянии они не чувствуют присутствия металла, т.к. в целом он электрически нейтрален. Но вблизи металла поле существенно искажается, хотя металл и нейтрален.

Искажается потому, что силовые линии через металл пройти не могут, они должны оборваться на поверхности и обязательно строго перпендикулярно этой поверхности.

Следующее свойство металла - внутри металла не может быть не скомпенсированных зарядов.

Действительно, заряд без силовых линий не бывает - это следует из теоремы Остроградского-Гаусса. Если внутри металла будет не скомпенсированный заряд, то на нем будут начинаться (или оканчиваться) силовые линии. А силовых линий внутри металла не может быть, ни одной. Поэтому не может быть не скомпенсированных зарядов внутри металла.

В электростатике не скомпенсированные заряды на металле могут быть только на его поверхности.

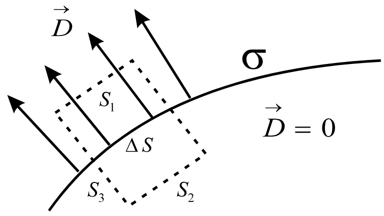
Применим теорему Остроградского - Гаусса к небольшому участку металлической поверхности площадью ΔS.

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q \cdot \quad \text{(система СИ)}$$

Плотность заряда на поверхности металла обозначим σ.

Поток вектора электрической индукции $\vec{D}$ через любую замкнутую поверхность S равен полному заряду Q внутри объема, ограниченного этой поверхностью.

Возьмем в качестве замкнутой поверхности S цилиндрическую поверхность с основаниями, параллельными участку поверхности металла ΔS (участок мал и его можно считать плоским). Одно из оснований располагается внутри металла, другое - вне металла.



Замкнутая поверхность S состоит из трех участков: S_1 - основание цилиндра вне металла, S_2 - основание цилиндра внутри металла и S_3 - боковая поверхность цилиндра. Поэтому можно записать:

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{s} = \int_{S_1} \vec{D}\cdot d\vec{s} + \int_{S_2} \vec{D}\cdot d\vec{s} + \int_{S_3} \vec{D}\cdot d\vec{s}.$$

Внутри металла поле равно нулю, поэтому второй интеграл равен нулю:

$$\int_{S_2} \vec{D}\cdot d\vec{s} = 0, \text{ т.к. } \vec{D} = 0 \text{ на } S_2.$$

Третье слагаемое тоже равно нулю, т.к. на боковой поверхности S_3 либо поле равно нулю (внутри металла), либо оно перпендикулярно единичному вектору нормали $\vec{n}$ к этой поверхности, т.е. вектору $d\vec{s}$ ($d\vec{s} = ds\cdot\vec{n}$).

$\int_{S_3} \vec{D}\cdot d\vec{s} = 0$, т.к. либо $\vec{D} = 0$ на S_3 (внутри металла), либо $\vec{D} \perp d\vec{s}$ на S_3 (вне металла).

Остается только первое слагаемое - по внешнему основанию цилиндра S_1. На этой поверхности поле параллельно нормали к поверхности и постоянно на всей поверхности (т.к. площадь ΔS мала и равная ей площадь S_1 тоже мала). Тогда получаем:

$$\oint_S \vec{D}\cdot d\vec{s} = \int_{S_1} \vec{D}\cdot d\vec{s} = \int_{S_1} D\cdot ds = D\cdot\int_{S_1} ds = D\cdot S_1 = D\cdot\Delta S.$$

Заряд, находящийся внутри объема, ограниченного замкнутой цилиндрической поверхностью S, - это заряд на поверхности металла ΔS и он равен:

$$Q = \sigma\cdot\Delta S.$$

Приравниваем правые части двух последних равенств:

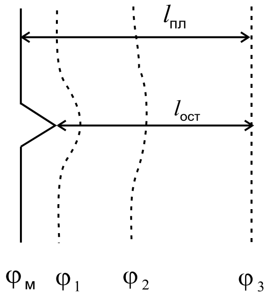
$$D\cdot\Delta S = \sigma\cdot\Delta S.$$

Сокращаем ΔS и получаем:

$$D = \sigma \qquad\qquad E = \frac{D}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\cdot$$

Эти выражения определяют индукцию и напряженность электростатического поля в вакууме в системе СИ вблизи металлической поверхности. Поле вблизи поверхности металла пропорционально поверхностной плотности заряда на ней.

Если поверхность металла в разных местах имеет разную кривизну, то заряд по такой поверхности распределен неравномерно. Качественно это можно показать на примере плоской поверхности, на которой имеется выступ.



Поверхность металла эквипотенциальна, обозначим ее потенциал $\varphi_м$. Эквипотенциальная поверхность вблизи от поверхности металла будет приблизительно повторять ее форму, потенциал этой поверхности φ_1. На более далеком расстоянии от металла эквипотенциальная поверхность уже более ровная (потенциал φ_2), на достаточно большом расстоянии влияние небольшого выступа на большой плоскости уже неощутимо и эквипотенциаль имеет вид плоскости, параллельной поверхности металла (потенциал φ_3).

Разность потенциалов между этой достаточно удаленной эквипотенциалью и поверхностью металла одинакова для всех точек поверхности металла.

Расстояние между этой эквипотенциалью и металлом напротив острия меньше, чем напротив плоскости.

$$l_{ост} < l_{пл}.$$

Следовательно, напротив острия потенциал меняется быстрее, чем напротив плоскости:

$$\frac{|\varphi_3 - \varphi_м|}{l_{ост}} > \frac{|\varphi_3 - \varphi_м|}{l_{пл}}.$$

Т.е. градиент потенциала больше напротив острия, чем напротив плоскости:

$$|\nabla\varphi|_{ост} > |\nabla\varphi|_{пл}.$$

Величина напряженности электростатического поля равна величине градиента потенциала, следовательно:

$$E_{\text{ост}} > E_{\text{пл}}.$$

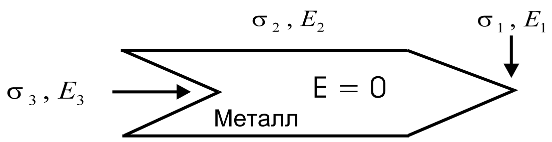
Вблизи острия поле больше, чем вблизи плоской поверхности.

Аналогично можно установить, что вблизи выемки, впадины поле, наоборот, ослаблено.

Поле вблизи поверхности металла пропорционально поверхностной плотности заряда:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad \text{(в системе СИ).}$$

Следовательно, заряд на поверхности металла концентрируется на выступающих, заостренных участках.



$$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$$

$$E_1 > E_2 > E_3$$

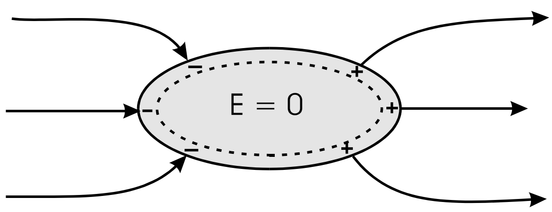
Если острие очень острое, то поле вблизи него может оказаться очень сильным. Настолько сильным, что вызовет ионизацию воздуха вблизи острия. Образовавшиеся ионы под действием этого же поля придут в движение. Ионы того же знака, что и заряд на металле, будут уходить от острия, увлекая за собой и нейтральные атомы воздуха, образуя так называемый электрический ветер.

Ионы другого знака попадают на острие и частично нейтрализуют заряд острия. Заряд острия уменьшается, говорят - заряд стекает с острия.

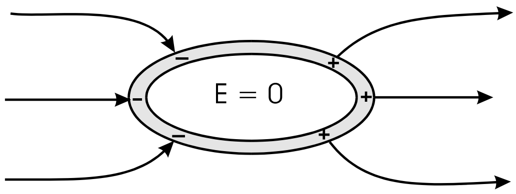
Итак, перечислим все основные свойства металла в электростатическом поле:

1. Поле внутри металла равно нулю.
2. Металл эквипотенциален.
3. Поле на поверхности металла перпендикулярно этой поверхности.
4. Не скомпенсированные заряды на металле могут быть только на его поверхности.
5. Плотность заряда на поверхности металла и напряженность поля вблизи нее больше на выступах, остриях.

Отсутствие поля внутри металла дает возможность обеспечить защиту от внешних полей небольших пространств - электростатическая защита.



Удаляем внутреннюю часть металла. Эта часть полностью нейтральна, поэтому ее удаление никак не повлияет на распределение в пространстве всех остальных полей. В частности, поле внутри образовавшейся полости останется равным нулю.

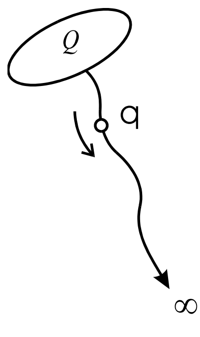


Это и есть электростатическая защита. Снаружи поле есть и оно может быть очень сильным. Внутри полости поле равно нулю, на внутренней поверхности полости не скомпенсированных зарядов нет. Любой объект, помещенный в эту полость, будет полностью защищен от внешних электростатических полей, даже очень сильных.

Металлическая стенка может быть и не сплошной, а в виде не очень редкой сетки - это клетка Фарадея.

Емкость уединенного проводника.

Рассмотрим уединенный (поблизости нет никаких других объектов) проводник - металл произвольной формы.



Поместим на этот металл заряд Q. Заряд распределится по поверхности, на нем будут начинаться N силовых линий. В окружающем пространстве появится электрическое поле. Переместим в этом поле пробный заряд q из любой точки металла в бесконечность по произвольной траектории. При этом поле заряда Q совершит работу, не зависящую от формы пути. Разделим эту работу на переносимый заряд q и получим потенциал точки, из которой переносили заряд. Металл эквипотенциален, поэтому это будет потенциал всего металла.

Удвоим теперь заряд Q на металле и снова перенесем тот же пробный заряд q из той же точки по той же траектории в ту же бесконечность. Определив теперь потенциал металла, получим, что он удвоился. Действительно:

$Q \rightarrow 2Q$ - заряд удвоился, в результате:

N $\rightarrow$ 2 N - удвоилось количество силовых линий, начинающихся на нем, т.е.

n $\rightarrow$ 2 n - удвоилась густота силовых линий во всех точках пространства,

E $\rightarrow$ 2 E - удвоилась напряженность поля, следовательно

F $\rightarrow$ 2 F - удвоилась сила на заряд q (т.к. F = q E), поэтому

A $\rightarrow$ 2 A - удвоилась работа этой силы (путь остался прежним) и, наконец,

φ $\rightarrow$ 2 φ - удвоился потенциал металла (т.к. $\varphi = \frac{A}{q}$).

Итак, удвоение заряда на проводнике приводит к удвоению его потенциала.

Увеличив заряд проводника в произвольное количество раз, получим аналогичным образом, что в такое же количество раз увеличится его потенциал.

Получается, что потенциал металла прямо пропорционален заряду на нем.

Математически это можно записать таким образом:

$$Q = C \cdot \varphi .$$

Коэффициент пропорциональности C в этом равенстве называется электроемкостью или просто емкостью уединенного проводника. Емкость C не зависит ни от заряда, ни от потенциала, определяется только геометрией проводника и свойствами окружающего пространства.

В качестве окружающего пространства вне металла рассматриваем пока только вакуум.

Итак, емкость проводника:

$C = \frac{Q}{\varphi}$ - это общее определение емкости проводника.

Емкость проводника равна отношению заряда проводника к потенциалу, сообщаемому этим зарядом.

Или иначе - емкость проводника численно равна заряду, сообщающему проводнику единичный потенциал.

Единица измерения емкости вводится на основании ее определения.

$$C = \frac{Q}{\varphi}.$$

В системе СИ: $1\Phi = \frac{1\,\text{Кл}}{1\,\text{В}}$ (Фарада).

В системе СГСЭ $1\,\text{ед.СГСЭ}_C = \frac{1\,\text{ед.СГСЭ}_q}{1\,\text{ед.СГСЭ}_\varphi}$.

Эту единицу рассмотрим подробнее. Пользуясь квадратными скобками для обозначения размерности, запишем:

$$[C] = \frac{[q]}{[\varphi]} = \frac{[q]}{\left[\frac{A}{q}\right]} = \frac{[q^2]}{[A]} = \frac{[q^2]}{[F \cdot r]}.$$

Размерность квадрата заряда найдем из закона Кулона в системе СГСЭ:

$$F = \frac{q^2}{r^2}.$$

Отсюда:

$$[q^2] = [F \cdot r^2].$$

Следовательно:

$$[C] = \frac{[q^2]}{[F \cdot r]} = \frac{[F \cdot r^2]}{[F \cdot r]} = [r] = \text{см}.$$

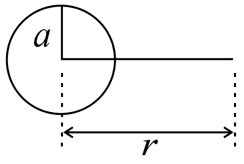
Получается, что в системе СГСЭ емкость измеряется в сантиметрах.

Емкость уединенного металлического шара.

Потенциал, создаваемый шаровым или сферическим зарядом, такой же, как и для точечного заряда:

$$\varphi = k \cdot \frac{Q}{r}.$$

Формула справедлива при условии, что $r \geq a$, где a - радиус шара.



На поверхности шара ($r = a$) формула еще применима:

$$\varphi_a = k \cdot \frac{Q}{a}.$$

Это потенциал поверхности шара, он же потенциал всего шара, т.к. металл эквипотенциален.

Емкость шара по общему определению:

$$C = \frac{Q}{\varphi_a} = \frac{a}{k}.$$

Итак, емкость уединенного металлического шара в вакууме равна:

$$C = \frac{a}{k}. \quad (a \text{ - радиус шара}).$$

Коэффициент k зависит от выбора системы единиц:

$$k = \begin{cases} 1 & \text{в системе СГСЭ} \\ \dfrac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} & \text{в системе СИ} \end{cases}$$

Следовательно, емкость уединенного металлического шара в вакууме равна:

$$C = \begin{cases} a & \text{в системе СГСЭ} \\ 4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0 \cdot a & \text{в системе СИ} \end{cases}$$

Получается, что в системе СГСЭ емкость металлического шара равна его радиусу. Радиус в этой системе измеряется в сантиметрах, поэтому и емкость измеряется в сантиметрах, как это и получилось несколько раньше из соотношений размерностей.

Например, емкость шара радиусом 5 см равна 5 см.

Соотношение между единицами измерения емкости.

$$1\text{Ф} = \frac{1\text{Кл}}{1\text{В}} = \frac{3 \cdot 10^9 \text{ед. СГСЭ}_q}{\frac{1}{300}\text{ед. СГСЭ}_\varphi} = 9 \cdot 10^{11} \text{ см.}$$

$$1 \text{ Ф} = 9 \cdot 10^{11} \text{ см.}$$

Для справки - радиус Земли R = $6.4 \cdot 10^3$ км = $6.4 \cdot 10^6$ м = $6.4 \cdot 10^8$ см.

Получается, что одна Фарада - это емкость шара, радиус которого почти в 1500 раз (точнее, в 1400 раз) больше радиуса Земли. Т.е. Фарада - слишком большая единица. В земных условиях получить такую емкость невозможно.

Поэтому емкость измеряют микрофарадах:

$$1 \text{ мкф} = 10^{-6} \text{ ф} = 9 \cdot 10^{5} \text{ см}$$

и в пикофарадах:

$$1 \text{ пф} = 10^{-6} \text{ мкф} = 10^{-12} \text{ Ф} = 0.9 \text{ см}.$$

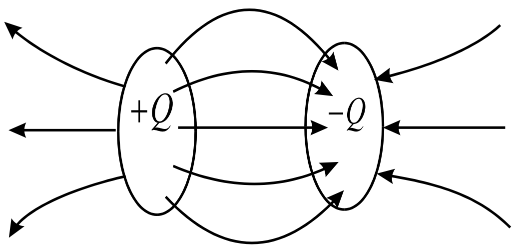
$$1 \text{ пф} = 0.9 \text{ см}.$$

Конденсаторы.

Силовые линии, начинающиеся на уединенном проводнике, оканчиваются в бесконечности, т.к. им больше негде оканчиваться. Электрическое поле рассредоточено по всему пространству.

Поместим вблизи заряженного проводника другой проводник, тоже заряженный зарядом такой же величины, но другого знака.

Тогда силовые линии, начинающиеся на заряде $+Q$, имеют возможность оканчиваться на заряде $-Q$, им теперь незачем уходить в бесконечность.



Некоторое количество силовых линий все же уйдет в бесконечность, но основная их часть уже не будет разбросана по всему пространству, а сосредоточится между этими двумя проводниками.

Электрическое поле будет сконцентрировано, сконденсировано в ограниченной области пространства между проводниками.

Такое устройство, состоящее из двух проводников, заряженных одинаковыми по величине разноименными зарядами и расположенных поблизости друг от друга, называется конденсатором.

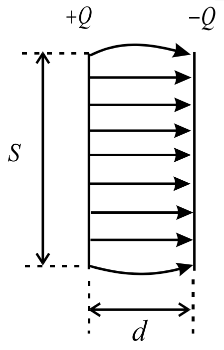
Проводники, образующие конденсатор, называются обкладками конденсатора.

Емкостью конденсатора называется по определению величина:

$$C = \frac{Q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{Q}{U_{12}} .$$

Здесь $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$ - разность потенциалов между обкладками конденсатора, Q - величина заряда на одной из обкладок (на любой).

Простейшая конструкция конденсатора - плоский конденсатор. Это две плоские параллельные металлические пластины, площадь каждой из которых S. Если расстояние d между пластинами мало по сравнению с их размерами, то пластины можно считать бесконечными, а поле между пластинами - однородным. Лишь вблизи краев оно искажается (краевой эффект).



Выведем выражение для емкости плоского конденсатора. Напряженность поля между его обкладками равна:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$ - в вакууме в системе СИ.

Здесь $\sigma = \frac{Q}{S}$ - заряд единицы поверхности.

Таким образом:

$$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 \cdot S} .$$

С другой стороны, для однородного поля справедливо выражение:

$$E = \frac{U}{d} ,$$

где U - разность потенциалов между металлическими обкладками.

Приравниваем правые части двух последних равенств:

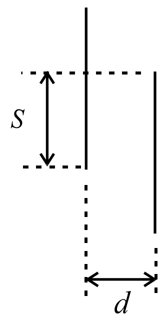
$$\frac{Q}{\varepsilon_0 \cdot S} = \frac{U}{d}$$

и получаем:

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{d} .$$

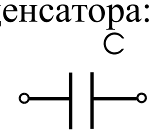
Эта формула позволяет вычислять емкость плоского конденсатора в системе СИ в вакууме (и с большой степенью точности в воздухе).

Если пластины, образующие конденсатор, расположены не строго напротив друг друга, то под S следует понимать площадь взаимно перекрывающихся частей (одной из них).



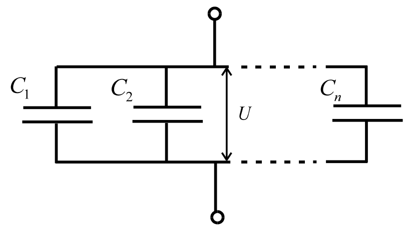
Таким способом может быть реализован конденсатор переменной емкости. Меняя площадь взаимно перекрывающихся частей обкладок, можно менять емкость. Именно на этом принципе и основано устройство практически всех конденсаторов переменной емкости. В частности, поворачивая ручку настройки радиоприемника, мы меняем емкость конденсатора в этом приемнике именно таким способом.

Обозначение конденсатора любой конструкции на электрических схемах напоминает сечение плоского конденсатора:



Соединение конденсаторов.

1. Параллельное соединение.



Все верхние обкладки соединены проводником, поэтому все верхние обкладки эквипотенциальны. Аналогично все нижние обкладки эквипотенциальны. Поэтому разность потенциалов между обкладками всех конденсаторов одинакова:

$$U_1 = U_2 = \cdots = U_n = U \quad .$$

Заряд на всех верхних обкладках равен сумме зарядов на каждой верхней обкладке:

$$Q = Q_1 + Q_2 + \cdots + Q_n = \sum_i Q_i \ .$$

Согласно определению емкости одного конденсатора:

$Q_i = C_i \cdot U$ - для каждого конденсатора.

Тогда:

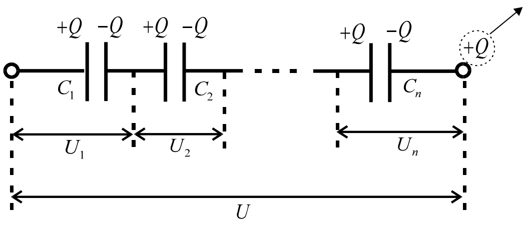
$$Q = \sum_i C_i \cdot U = U \cdot \sum_i C_i \ .$$

Емкость всей батареи конденсаторов по определению равна:

$$C = \frac{Q}{U} = \sum_i C_i = C_1 + C_2 + \cdots + C_n \ .$$

При параллельном соединении емкости конденсаторов складываются.

2. Последовательное соединение.



В данном случае полное напряжение на всей батарее конденсаторов равно сумме напряжений на каждом конденсаторе:

$$U = U_1 + U_2 + \cdots + U_n = \sum_i U_i \ ,$$

т.к. это работа по перемещению единичного заряда, а работа равна сумме работ на отдельных участках.

Кроме того, при таком соединении заряды на всех конденсаторах одинаковы по величине. Это можно показать таким образом. Пусть сначала все конденсаторы не заряжены. Поместим на самую крайнюю левую обкладку заряд $+Q$. На этом заряде будут начинаться силовые линии электрического поля. Чтобы они все могли оканчиваться на другой обкладке, на ней появится заряд $-Q$ (заряд, появляющийся под действием поля, называется индуцированный заряд).

Правая обкладка первого конденсатора и левая обкладка второго в целом нейтральны. Следовательно, на левой обкладке второго конденсатора должен появиться заряд $+Q$. Тогда на другой обкладке этого конденсатора появится заряд $-Q$ и т.д.

В результате на всех конденсаторах появятся одинаковые по величине заряды - на левых обкладках $+Q$, на правых $-Q$. На правом свободном конце всей батареи появится заряд $+Q$, который мы оттуда уберем каким-нибудь способом, чтобы он не мешал (показано стрелкой).

Таким образом, на всех конденсаторах будут одинаковые заряды:

$$Q_1 = Q_2 = \cdots = Q_n = Q \ .$$

Для каждого конденсатора можно записать:

$$U_1 = \frac{Q}{C_1} \qquad U_2 = \frac{Q}{C_2} \qquad \cdots \qquad U_n = \frac{Q}{C_n} \ .$$

Складываем эти равенства и получаем:

$$U_1 + U_2 + \cdots + U_n = Q \cdot \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n} \right) = Q \cdot \sum_i \frac{1}{C_i} \ .$$

Сумма напряжений слева от знака равенства равна суммарному напряжению на всей батарее конденсаторов, т.е.:

$$U = Q \cdot \sum_i \frac{1}{C_i} \ .$$

Для всей батареи конденсаторов по определению:

$\frac{1}{C} = \frac{U}{Q} = \sum_i \frac{1}{C_i}$, где C - емкость всей батареи.

Таким образом:

$$\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n} \ .$$

При последовательном соединении конденсаторов складываются величины, обратные их емкостям.

Например, при последовательном соединении двух конденсаторов:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1 \cdot C_2} \ .$$

Отсюда:

$C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$ - емкость двух последовательно соединенных конденсаторов.

Емкость этих же конденсаторов, соединенных параллельно, равна:

$$C = C_1 + C_2 \ .$$

Энергия электрического поля.

Электрическое поле способно совершать работу, а мера способности совершить работу есть энергия.

Следовательно, у электрического поля есть энергия. Вычислим эту энергию для поля произвольного конденсатора.

Предполагаем, что первоначально конденсатор не заряжен, обе его обкладки нейтральны, поля нет, его энергия равна нулю.

Будем переносить заряд с одной обкладки на другую, перенося каждый раз малый заряд dq. При этом каждый раз мы должны будем совершить работу:

$dA = U \cdot dq$, где U - разность потенциалов между обкладками.

В соответствии с законом сохранения энергии ровно на столько же каждый раз будет увеличиваться энергия конденсатора:

$$dW = dA = U \cdot dq \ .$$

Для любого конденсатора:

$U = \frac{q}{C}$, где q - заряд на обкладке, C - емкость конденсатора.

Тогда:

$$dW = \frac{1}{C} \cdot q \cdot dq \ .$$

Складываем все работы по перенесению всех зарядов dq, т.е. берем интеграл от обеих частей равенства, чтобы определить полную энергию конденсатора:

$$\int_0^W dW = \frac{1}{C} \cdot \int_0^Q q \cdot dq \ .$$

Выполняем интегрирование:

$$W\Big|_0^W = \frac{1}{C} \cdot \frac{q^2}{2}\Bigg|_0^Q \ .$$

Делаем подстановки и получаем:

$$W = \frac{Q^2}{2 \cdot C}$$, где Q - заряд полностью заряженного конденсатора.

Учитывая, что $Q = C \cdot U$, можно записать несколько вариантов формулы для энергии конденсатора:

$$W = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U$$ - энергия заряженного конденсатора.

Эта энергия обусловлена способностью поля совершить работу. Для поля плоского конденсатора эту энергию можно выразить через характеристики самого поля, а не через параметры конденсатора.

Для плоского конденсатора:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \cdot S}{d}$$ - в системе СИ в вакууме.

Здесь S - площадь обкладки, d - расстояние между обкладками.

Тогда энергия поля конденсатора:

$$W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{S}{d} \cdot U^2 = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon_0 \cdot \left(\frac{U}{d}\right)^2 \cdot d \cdot S .$$

Для однородного поля плоского конденсатора справедливо соотношение:

$$E = \frac{U}{d}$$ - напряженность поля.

Кроме того, для плоского конденсатора:

V = d·S - объем пространства между обкладками конденсатора, т.е. объем, занимаемый полем.

С учетом этих соотношений получаем:

$$W = \frac{\varepsilon_0 \cdot E^2}{2} \cdot V .$$

Это энергия всего поля между обкладками плоского конденсатора. Разделив ее на объем, получим энергию поля в единице объема - объемную плотность энергии:

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 \cdot E^2}{2} .$$

В системе СИ в вакууме смещение (индукция) D электрического поля равно:

$$D = \varepsilon_0 \cdot E \cdot$$

В результате можно записать несколько вариантов формулы для объемной плотности энергии электрического поля:

$$w = \frac{\varepsilon_0 \cdot E^2}{2} = \frac{D^2}{2 \cdot \varepsilon_0} = \frac{E \cdot D}{2} \cdot$$

Эти формулы выражают объемную плотность энергии электрического поля через характеристики самого поля - напряженность и индукцию. Вывод этих формул был выполнен для поля плоского конденсатора, но формулы эти справедливы для произвольного электрического поля (без доказательства). Особенно универсален третий вариант:

$$w = \frac{E \cdot D}{2} \cdot$$

Эта формула пригодна для расчета объемной плотности энергии произвольного электрического поля в произвольной среде (не только в вакууме).

Первые два варианта пригодны только для поля в вакууме.

Диэлектрики в электрическом поле.

Рассмотрим влияние на электрическое поле материальной не проводящей ток среды - диэлектрической среды.

Диэлектрики - это вещества, в которых свободных зарядов нет (поэтому они и не проводят электрический ток).

Все электроны внутри атомов сильно связаны с ядрами своих атомов. Каждый атом нейтрален, каждая молекула нейтральна, все вещество в целом электрически нейтрально.

В каждом атоме имеются положительно заряженные ядра и отрицательно заряженные электроны. Эти заряды создают свои поля, но в микроскопических, внутриатомных, внутримолекулярных масштабах. Если нет внешних электрических полей, то положительные и отрицательные заряды атомов и молекул располагаются обычно таким образом, что их поля в окружающем пространстве и в самой диэлектрической среде в макроскопическом масштабе никак не проявляются.

Но если диэлектрик попадает во внешнее электрическое поле, то под действием этого поля расположение зарядов в молекулах меняется, появляется собственное поле этих молекул в макроскопических масштабах, в результате суммарное поле внутри диэлектрика и в его окрестностях отличается от того поля, которое было бы в отсутствие диэлектрика.

В некоторых случаях собственное макроскопическое поле может появиться в диэлектрике и при наличии не электрических внешних воздействий, например, механических. Появление собственного макроскопического поля при наличии механического воздействия называется пьезоэлектрическим эффектом (более кратко - пьезоэффектом).

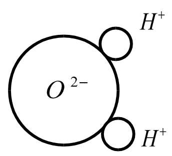
Пьезоэлектрический эффект проявляется не в каждом диэлектрике. А внешнее электрическое поле искажается каждым диэлектриком.

Искажение внешнего поля обусловлено взаимодействием с внешним полем молекул диэлектрика.

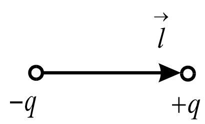
Полярные и неполярные молекулы.

Каждая молекула диэлектрика в целом электрически нейтральна. Но внутри молекулы заряды "+" и заряды "-" могут оказаться расположенными несимметрично. Т.е. если определить положение центра масс всех электронов в молекуле отдельно и всех протонов отдельно, то эти положения могут не совпадать.

В частности, это очевидно для молекулы с ионной связью, например, для молекулы воды H_2O.



В этом и в других подобных случаях молекула эквивалентна электрическому диполю.



Электрический момент диполя:

$$\vec{p} = q \cdot \vec{l}\ .$$

Здесь $\vec{l}$ - вектор, проведенный от заряда -q к заряду +q. Величина этого вектора равна расстоянию между зарядами.

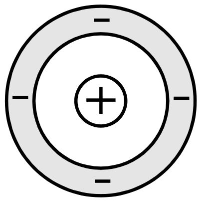
Молекулы, эквивалентные диполю в отсутствие внешних воздействий, называются полярными.

Если же центры масс отрицательных и положительных зарядов внутри молекулы совпадают, молекула называется неполярной.

Поляризуемость молекул.

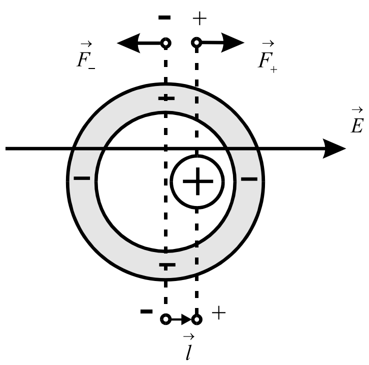
Под действием внешнего электрического поля неполярная молекула деформируется и тоже приобретает свойства диполя - поляризуется.

Неполярную молекулу можно представить в виде некоторой упрощенной схемы, изображающей положительное ядро и всю совокупность окружающих ядро отрицательных электронных оболочек.



Так выглядит упрощенная схема неполярной молекулы в отсутствие внешнего электрического поля.

Если эта молекула попадает во внешнее электрическое поле, то под действием этого поля положительное ядро смещается в сторону силовых линий этого поля, а отрицательная электронная оболочка - в противоположную сторону. Получается следующая картина:



Здесь $\vec{E}$ - напряженность электрического поля в том месте, где находится молекула, без учета поля самой молекулы. $\vec{F}_+$ и $\vec{F}_-$ - силы, действующие со стороны поля на совокупность положительных и отрицательных зарядов молекулы соответственно. Под действием этих сил происходит смещение центров масс положительных и отрицательных зарядов и молекула приобретает свойства диполя - поляризуется. Дипольный момент молекулы:

$$\vec{p} = q \cdot \vec{l} \ ,$$

где q - заряд , l - расстояние, на которое сместятся относительно друг друга центры масс положительных и отрицательных зарядов молекулы.

Поляризация неполярной молекулы обусловлена смещением электронных оболочек относительно ядра и называется электронной поляризацией.

Чем больше поле, тем больше смещение зарядов, тем больше получается электрический дипольный момент молекулы.

Если поле не очень велико, то дипольный момент молекулы прямо пропорционален полю. Математически это записывается таким образом:

$$\vec{p} = \beta \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E}$$ - в системе СИ для неполярной молекулы.

Коэффициент пропорциональности β (греческая буква “бэта”) называется поляризуемостью молекулы. Эта величина зависит от свойств самой молекулы.

Если внешнее поле убрать, то электронная поляризация исчезнет. В связи с этим диполь, получающийся из неполярной молекулы, называется упругим.

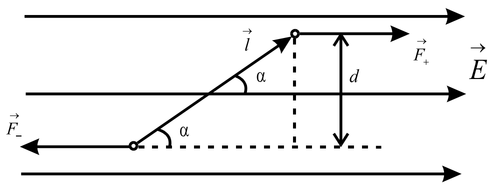
Диполь полярной молекулы называется жестким. Внешнее поле на величину дипольного момента этого диполя практически не влияет, стараясь лишь повернуть его.

В любом случае, полярная молекула или неполярная - с точки зрения внешнего поля она представляет собой диполь, что и определяет свойства диэлектрика в электрическом поле.

Диполь в электрическом поле.

1- й случай - внешнее поле однородно.

Пусть вектор дипольного момента молекулы $\vec{p} = q \cdot \vec{l}$ образует угол α с направлением электрического поля $\vec{E}$. На положительный заряд диполя действует сила $\vec{F}_+$, направленная вдоль поля, на отрицательный заряд - сила $\vec{F}_-$, направленная против поля.



Так как поле однородно, то силы на заряды плюс и минус равны друг другу по величине, их векторная сумма равна нулю, т.е. равна нулю суммарная сила, действующая на молекулу.

$$F_+ = F_- = F = q \cdot E.$$

$$\vec{F}_+ + \vec{F}_- = 0.$$

Силы $\vec{F}_+$ и $\vec{F}_-$ равны друг другу по величине, противоположны по направлению и действую не по одной прямой. Такие две силы называются парой сил. Пара сил создает механический момент, величина которого относительно любой оси равна:

$$M = F \cdot d = F \cdot l \cdot Sin\alpha ,$$

где d - расстояние между линиями действия сил. Из рисунка видно, что $d = l \cdot Sin\alpha$.

Учитывая, что $F = q \cdot E$, а $p = q \cdot l$, получим:

$$M = q \cdot E \cdot l \cdot Sin\alpha = p \cdot E \cdot Sin\alpha .$$

Итак, на диполь в однородном электрическом поле действует механический момент, величина которого равна:

$$M = p \cdot E \cdot Sin\alpha .$$

Направление вектора момента связано с направлением вращающего действия сил правилом правого винта. В данном случае вектор момента направлен за чертеж и в соответствии с последним равенством может быть выражен через векторы дипольного момента и напряженности поля следующим образом:

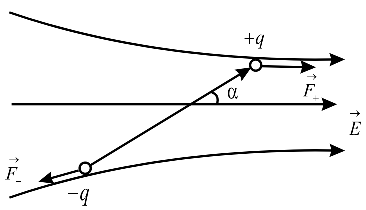
$$\vec{M} = \left[\vec{p} \cdot \vec{E} \right]$$ (векторное произведение).

Таким образом, в однородном поле на диполь действует механический момент, стремящийся повернуть диполь так, чтобы его дипольный момент $\vec{p}$ установился по направлению поля $\vec{E}$ (в этом случае угол $\alpha = 0$ и $\vec{M} = 0$).

Суммарная сила со стороны однородного поля на диполь равна нулю.

2 - й случай - диполь в неоднородном поле.

В этом случае заряды плюс и минус находятся в точках с разной напряженностью поля, следовательно, силы на эти заряды не равны друг другу по величине, суммарная сила на диполь не равна нулю.



В данном случае $F_+ > F_-$ (кроме того, эти силы не параллельны), т.к. заряд плюс находится в более сильном поле, там, где силовые линии гуще. Поэтому в данном случае суммарная сила направлена в сторону более сильного поля, диполь втягивается в область более сильного поля. Это случай, когда угол

α между дипольным моментом и полем острый. Если угол α тупой, то заряд минус будет в области более сильного поля и диполь будет выталкиваться из области более сильного поля.

Если диполь не закреплен и может вращаться свободно, то вращающее действие поля повернет диполь так, что угол α станет острым, даже если он первоначально был тупым. Т.е. в конечном итоге свободно вращающийся диполь в неоднородном поле будет втягиваться в область более сильного поля.

Итак, на диполь в неоднородном поле действует, как и в однородном поле, вращающий момент, вычисляемый таким же образом:

$$\vec{M} = \left[\vec{p} \cdot \vec{E}\right],$$

но, кроме того, действует результирующая сила, направление и величина которой зависят от ориентации диполя и от степени неоднородности поля.

Вектор поляризации.

Вектором поляризации диэлектрика называется величина:

$$\vec{P} = \frac{\sum_i \vec{p}_i}{\Delta V} \ .$$

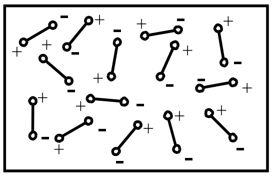
Здесь $\sum_i \vec{p}_i$ - векторная сумма дипольных моментов всех молекул, находящихся в достаточно малом объеме ΔV. Разделив эту сумму на объем ΔV, получаем вектор поляризации.

Т.е. вектор поляризации - это электрический момент единицы объема диэлектрика.

Обычно в отсутствие внешнего поля вектор поляризации равен нулю (за исключением сегнетоэлектриков).

Если диэлектрик образован неполярными молекулами, то электрический момент каждой молекулы равен нулю в отсутствие внешнего поля, поэтому и суммарный момент любого объема вещества равен нулю, т.е. вектор поляризации равен нулю.

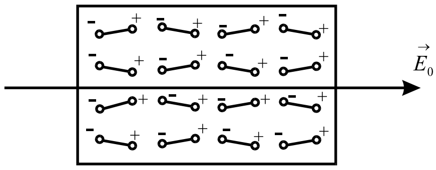
В диэлектрике из полярных молекул вектор поляризации в отсутствие внешнего поля равен нулю из-за хаотичности ориентации диполей.



E = 0

Хаотичная ориентация обусловлена тепловым движением молекул.

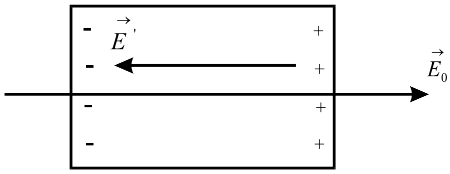
Под действием внешнего поля каждый диполь стремится повернуться вдоль силовых линий поля, напряженность которого обозначим $\vec{E}_0$.



Тепловое движение не позволяет молекулам выстроиться строго вдоль поля, но ориентация уже не хаотичная, а вполне упорядоченная.

Аналогичная картина будет и для диэлектрика из неполярных молекул. Разница в том, что диполи в этом случае не только ориентируются вдоль внешнего поля, но и появляются под действием этого поля.

Существенно, что в том и другом случае при наличии внешнего поля у диэлектрика появляется отличный от нуля вектор поляризации. Говорят, что диэлектрик поляризуется. На его поверхностях, пронизываемых полем, появляются не скомпенсированные заряды. Эти заряды не являются свободными, они прочно связаны со своими молекулами и так и называются - связанные заряды.



Эти заряды создают свое электрическое поле $\vec{E}'$, направленное против внешнего поля. В результате суммарное поле в диэлектрике уменьшается по сравнению с внешним полем.

$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'$ - суммарное поле в диэлектрике.

$\vec{E}' \downarrow\uparrow \vec{E}_0$, следовательно, $E = E_0 - E' < E_0$.

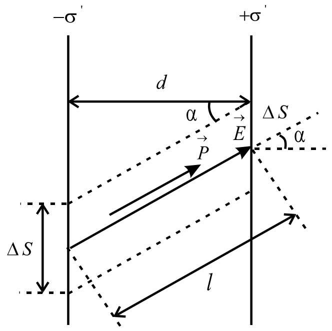
Связанных зарядов ограниченное количество, поэтому внешнее поле не ослабляется до нуля, как в металле, а лишь частично уменьшается.

Связанные заряды могут появиться и внутри объема диэлектрика, если он неоднороден по плотности.

Для количественного описания взаимодействия диэлектрической среды с электрическим полем будем рассматривать самые простые случаи однородных диэлектриков правильной формы.

Связь между вектором поляризации и поверхностными связанными зарядами.

Пусть электрическое поле пронизывает плоскопараллельную бесконечную в поперечном направлении однородную диэлектрическую пластину под произвольным углом α к нормали (перпендикуляру). Молекулярные диполи выстроятся вдоль поля, диэлектрик поляризуется , вектор поляризации будет ориентирован также вдоль поля. На границах пластины появятся не скомпенсированные связанные заряды с поверхностной плотностью σ', с одной стороны (в данном случае справа) со знаком плюс, с другой стороны (слева) - минус.



Штрих применяется для обозначения связанных зарядов, чтобы отличать их от свободных.

Выделим мысленно тонкий цилиндр внутри диэлектрика, параллельный полю в диэлектрике $\vec{E}$ и вектору $\vec{P}$. Цилиндр получается наклонный. Площадь его основания ΔS, длина l. Цилиндр предполагается тонким, хотя на рисунке он изображен не очень тонким, чтобы можно было все хорошо рассмотреть.

На правом основании цилиндра располагается положительный электрический заряд:

$$+\Delta q = +\sigma' \cdot \Delta S .$$

На левом основании - такой же по величине отрицательный заряд:

$$-\Delta q = -\sigma' \cdot \Delta S .$$

В результате тонкий мысленно выделенный цилиндр становится диполем с электрическим моментом:

$$P_{\Delta V} = \Delta q \cdot l = \sigma' \cdot \Delta S \cdot l .$$

Индекс ΔV означает, что это электрический момент объема ΔV этого наклонного цилиндра. Объем цилиндра равен произведению площади его основания ΔS на его высоту, которая равна толщине диэлектрической пластины d:

$$\Delta V = \Delta S \cdot d .$$

Из рисунка видно, что $d = l \cdot Cos\alpha$, следовательно:

$$\Delta V = \Delta S \cdot l \cdot Cos\alpha .$$

Электрический момент объема ΔV можно вычислить другим способом - умножить на этот объем электрический момент единицы объема, т.е. вектор поляризации диэлектрика. Для величины вектора запишем:

$$P_{\Delta V} = P \cdot \Delta V = P \cdot \Delta S \cdot l \cdot Cos\alpha .$$

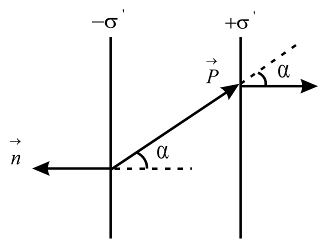
Приравниваем оба значения электрического момента цилиндра:

$$\sigma' \cdot \Delta S \cdot l = P \cdot \Delta S \cdot l \cdot Cos\alpha .$$

Сокращаем $\Delta S \cdot l$ и получаем:

$$\sigma' = P \cdot Cos\,\alpha = P_n .$$

Здесь $P_n = P \cdot Cos\alpha$ - проекция вектора $\vec{P}$ на направление внешней нормали $\vec{n}$ к поверхности диэлектрика.



В данном случае на правой поверхности $P_n > 0$ и заряд на этой поверхности положителен, на левой поверхности $P_n < 0$ и заряд отрицателен.

Таким образом, поверхностная плотность связанных зарядов в некоторой точке поверхности диэлектрика равна нормальной составляющей вектора поляризации в этой точке.

Связь между вектором поляризации и напряженностью электрического поля. Диэлектрическая восприимчивость.

При не очень сильных электрических полях поляризующее действие поля пропорционально величине напряженности поля, т.е. можно записать:

$$\vec{P} = \kappa \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E} \text{ - в системе СИ.}$$

Здесь $\vec{P}$ - вектор поляризации, т.е. электрический момент единицы объема, $\vec{E}$ - суммарное поле в диэлектрике, κ (греческая буква ‘’капа”) - коэффициент пропорциональности, зависящий от свойств вещества. Этот коэффициент называется диэлектрической восприимчивостью диэлектрика.

Коэффициент пропорциональности между векторами $\vec{P}$ и $\vec{E}$ содержит также константу ε_0. Размерности величин Р и ε_0Е совпадают, следовательно, диэлектрическая восприимчивость κ безразмерна.

(Действительно: $[P] = \frac{[p]}{[V]} = \frac{[q \cdot l]}{[{}^3]} = \frac{[q]}{[{}^2]} = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$, $[\varepsilon_0 \cdot E] = \frac{\text{Ф}}{\text{м}} \cdot \frac{B}{\text{м}} = \frac{\text{Ф} \cdot B}{\text{м}^2} = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}$).

Электрическое смещение (индукция). Диэлектрическая проницаемость.

Для описания полей в диэлектрике удобно применять не вектор поляризации и напряженность поля, а их комбинацию:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P} \quad \text{- в системе СИ.}$$

Введенный таким образом вектор $\vec{D}$ называется электрическим смещением, или электрической индукцией.

(В системе СГСЭ $\vec{D} = \vec{E} + 4 \cdot \pi \cdot \vec{P}$ и называется только индукцией.)

Здесь $\vec{E}$ - напряженность суммарного поля в диэлектрике (внешнее поле плюс поле связанных зарядов).

$\vec{P}$ - вектор поляризации. Он выражается через напряженность суммарного поля и диэлектрическую восприимчивость:

$$\vec{P} = \kappa \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E} \quad \text{- в системе СИ.}$$

Подставляем это в выражение для $\vec{D}$ и получаем:

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} + \kappa \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E} = (1 + \kappa) \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E} \,.$$

Безразмерную величину в скобках обозначим греческой буквой ε (эпсилен):

$$\varepsilon = 1 + \kappa \,.$$

Эта величина называется относительной диэлектрической проницаемостью среды.

Таким образом:

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E} \quad \text{- в системе СИ.}$$

Величина $\varepsilon \cdot \varepsilon_0$ - это абсолютная диэлектрическая проницаемость среды.

Для всех диэлектриков вектор поляризации направлен в ту же сторону, что и напряженность поля, т.е. для всех диэлектриков $\kappa > 0$, $\varepsilon > 1$.

Для вакуума $\kappa = 0$, $\varepsilon = 1$.

$$\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} \quad \text{для вакуума в системе СИ.}$$

Это определение уже встречалось ранее, когда рассматривалась теорема Остроградского-Гаусса. Эта теорема имела такой вид:

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q \quad \text{- в системе СИ.}$$

Ранее эта теорема была сформулирована для вакуума, но в таком же виде она справедлива для произвольной среды, не только для вакуума (без доказательства). Но следует помнить, что Q в теореме Остроградского-Гаусса - это полный свободный заряд внутри объема, ограниченного замкнутой поверхностью S. В заряд Q не входят связанные заряды поляризованного диэлектрика.

Т.е. силовые линии вектора $\vec{D}$ могут начинаться и оканчиваться только на свободных зарядах или в бесконечности.

Силовые линии вектора $\vec{E}$ могут начинаться и оканчиваться на любых не скомпенсированных зарядах - свободных и связанных.

В этом физическое различие между напряженностью и индукцией электрического поля.

При переходе через границу диэлектрика силовые линии и вектора $\vec{E}$, и вектора $\vec{D}$ пересекают слой связанных зарядов. При этом часть силовых линий вектора $\vec{E}$ обрывается на этих зарядах. Число силовых линий вектора $\vec{E}$ внутри диэлектрика всегда меньше, чем вне диэлектрика.

Силовые линии вектора $\vec{D}$ проходят через границу диэлектрика без потерь. Говорят, силовые линии вектора $\vec{D}$ непрерывны на границе диэлектрика. Сколько их снаружи, столько и внутри.

Электрическое поле в диэлектрике.

Рассмотрим прохождение силовых линий однородного поля через диэлектрический слой, перпендикулярный силовым линиям.

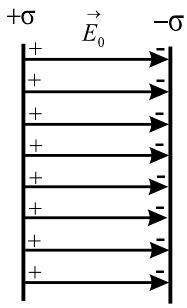
Пусть электрическое поле создается заряженными металлическими обкладками плоского конденсатора. Расстояние между обкладками много меньше размеров обкладок, поэтому обкладки можно считать бесконечными, а поле между ними однородным.

На металлических обкладках равномерно распределен свободный заряд с плотностью $+\sigma$ на левой и $-\sigma$ на правой обкладках. Если между обкладками нет диэлектрика, то эти заряды создают между обкладками однородное поле $\vec{E}_0$.

Величина этого поля равна:

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \quad \text{- в системе СИ.}$$

Силовые линии этого поля перпендикулярны обкладкам конденсатора.

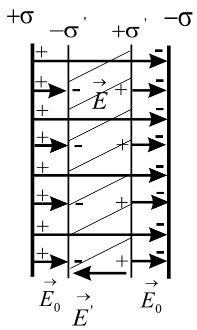


Поместим теперь между обкладками диэлектрическую пластину, параллельную обкладкам. Толщина пластины меньше расстояния между обкладками.

Под действием поля конденсатора диэлектрик поляризуется и на его поверхностях появятся связанные не скомпенсированные заряды с плотностью $-\sigma'$ на левой поверхности и $+\sigma'$ на правой.

На этих зарядах будут начинаться и оканчиваться силовые линии собственного внутреннего поля $\vec{E}'$. Его величина равна:

$$E' = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} \quad \text{- в системе СИ.}$$



Это поле направлено против внешнего поля и на рисунке условно показано одной силовой линией внизу.

Результирующее поле внутри диэлектрика станет меньше, чем было в конденсаторе до внесения диэлектрика.

Суммарное поле в любой точке внутри конденсатора равно:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}'.$$

Внутри диэлектрика $\vec{E}' \downarrow\uparrow \vec{E}_0$ (направлены противоположно), поэтому величина результирующего поля $\vec{E}$ внутри диэлектрика равна:

$$E = E_0 - E'.$$

За пределами диэлектрика заряды σ' поля не создают, аналогично тому, как не создают поля за пределами обкладок конденсатора заряды σ .

За пределами диэлектрика $\vec{E}' = 0$ и суммарное поле остается таким же, как и раньше - $\vec{E}_0$.

Итак, в данном случае получается:

$$\vec{E} = \begin{cases} \vec{E}_0 & \text{вне диэлектрика} \\ \vec{E}_0 + \vec{E}' & \text{в диэлектрике.} \end{cases}$$

Для величины:

$$E = \begin{cases} E_0 & \text{вне диэлектрика} \\ E_0 - E' & \text{в диэлектрике.} \end{cases}$$

В данном случае получилось, что при внесении диэлектрика в поле напряженность поля вне диэлектрика не изменилась, а внутри диэлектрика уменьшилась.

Вычислим - во сколько раз уменьшилась напряженность поля внутри диэлектрика.

$$E = E_0 - E' = E_0 - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} \cdot$$

Поверхностная плотность σ' связанных зарядов равна нормальной составляющей вектора поляризации:

$$\sigma' = P_n \ .$$

В данном случае нормальная составляющая равна самой величине вектора поляризации, т.к. этот вектор в данном случае перпендикулярен поверхности диэлектрика:

$$\sigma' = P_n = P \ .$$

С другой стороны:

$$P = \kappa \cdot \varepsilon_0 \cdot E \, ,$$

где κ - диэлектрическая восприимчивость диэлектрика.

Следовательно:

$$\sigma' = \kappa \cdot \varepsilon_0 \cdot E .$$

Отсюда:

$$\frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = \kappa \cdot E \cdot$$

В результате получаем:

$$E = E_0 - E' = E_0 - \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = E_0 - \kappa \cdot E\text{,}$$

$$E + \kappa \cdot E = E_0\,, \qquad\qquad E \cdot (1+\kappa) = E_0\,,$$

$$E = \frac{E_0}{1+\kappa} = \frac{E_0}{\varepsilon} \quad ,$$

т.к. $\varepsilon = 1 + \kappa$ - относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика.

Таким образом, напряженность электрического поля в диэлектрике в данном случае уменьшилась в ε раз.

Отсюда следует физический смысл величины ε.

Относительная диэлектрическая проницаемость ε - это безразмерное число, показывающее - во сколько раз данная среда уменьшает напряженность электрического поля по сравнению с напряженностью в вакууме.

Итак, получаем:

$$\vec{E} = \begin{cases} \vec{E}_0 & \text{вне диэлектрика} \\ \dfrac{\vec{E}_0}{\varepsilon} & \text{в диэлектрике.} \end{cases}$$

Осталось выяснить, как в данном случае меняется индукция электрического поля $\vec{D}$ при помещении диэлектрика в это поле, а также - как отличается индукция поля внутри диэлектрика и вне диэлектрика.

В любом случае справедливо соотношение:

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E} \qquad \text{- в системе СИ.}$$

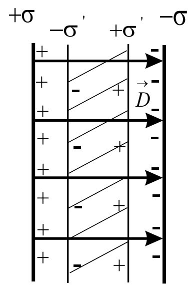
В данном случае вне диэлектрика:

$$\vec{E} = \vec{E}_0, \quad \varepsilon = 1, \ \text{следовательно} \ \vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E}_0 \ .$$

Внутри диэлектрика:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon} \ , \quad \varepsilon = \varepsilon\,, \quad \text{следовательно} \quad \vec{D} = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{\vec{E}_0}{\varepsilon} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E}_0 \ .$$

Получается, что в данном случае индукция $\vec{D}$ одинакова внутри диэлектрика и вне его и вообще не меняется при внесении диэлектрика в пространство между обкладками конденсатора.



Связанные заряды не являются источником индукции электрического поля. Они не влияют на количество силовых линий $\vec{D}$.

В данном случае силовые линии вектора $\vec{D}$ проходят сквозь диэлектрик, вообще не обращая внимания на его присутствие.

Так будет во всех случаях, когда однородный диэлектрик располагается таким образом, что его поверхности всюду перпендикулярны силовым линиям внешнего поля, т.е. однородный диэлектрик полностью заполняет пространство между двумя эквипотенциальными поверхностями.

Кроме рассмотренного случая, такой результат получится, если заполнить однородным диэлектриком, например, пространство между двумя концентрическими эквипотенциальными сферами в поле точечного (или шарового) заряда.

Если диэлектрик имеет произвольную форму и находится в поле произвольной конфигурации, то картина будет сложнее. Более сложным образом могут измениться и поле $\vec{E}$, и поле $\vec{D}$, как внутри, так и вне диэлектрика.

Но всегда справедливо следующее:

1. Поле внутри диэлектрика обязательно слабее, чем оно было в этой же области пространства до помещения туда диэлектрика.

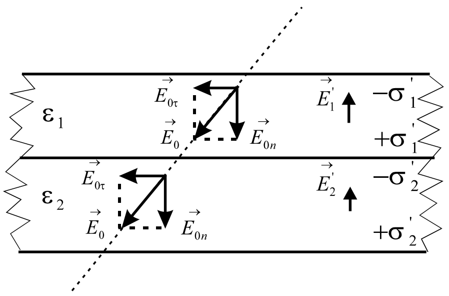
2. Количество силовых линий $\vec{D}$ при пересечении произвольной границы диэлектрика не меняется.

3. Всегда во всех точках пространства справедливо соотношение:

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E} \quad \text{- в системе СИ.}$$

Прохождение силовых линий электрического поля через границу двух диэлектриков.

Рассмотрим две сложенные вместе плоскопараллельные пластины из двух различных диэлектриков. Внешнее поле $\vec{E_0}$ направлено под произвольным углом к поверхностям пластин.



Внутри каждой пластины раскладываем вектор $\vec{E}_0$ на две взаимно перпендикулярные составляющие - нормальную $\vec{E}_{0n}$ (перпендикулярную поверхности) и тангенциальную $\vec{E}_{0\tau}$ (параллельную поверхности).

Под действием электрического поля каждый диэлектрик поляризуется, на поверхностях диэлектриков появляются связанные заряды с поверхностной плотностью $-\sigma_1^{'}$ и $-\sigma_2^{'}$ на верхних поверхностях, $+\sigma_1^{'}$ и $+\sigma_2^{'}$ на нижних поверхностях 1-го и 2-го диэлектриков соответственно.

Эти заряды создают собственное внутреннее поле с напряженностью $\vec{E}_1^{'}$ и $\vec{E}_2^{'}$ в первом и втором диэлектриках соответственно. Эти поля направлены перпендикулярно поверхности диэлектрика снизу вверх.

Величины этих полей равны:

$$E_1^{'} = \frac{\sigma_1^{'}}{\varepsilon_0} \quad , \qquad E_2^{'} = \frac{\sigma_2^{'}}{\varepsilon_0} \ .$$

Суммарное поле в диэлектриках равно:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_0 + \vec{E}_1^{'} \ , \qquad \vec{E}_2 = \vec{E}_0 + \vec{E}_2^{'} \ .$$

Учитывая, что внутренние поля $\vec{E}_1^{'}$ и $\vec{E}_2^{'}$ направлены по нормали к поверхности (их тангенциальные составляющие равны нулю), для нормальной и тангенциальной составляющих суммарного поля получим:

$$E_{1n} = E_{0n} - E_1^{'} = E_{0n} - \frac{\sigma_1^{'}}{\varepsilon_0} \ .$$

$$E_{2n} = E_{0n} - E_2^{'} = E_{0n} - \frac{\sigma_2^{'}}{\varepsilon_0} \ .$$

$$E_{1\tau} = E_{2\tau} = E_{0\tau} \ .$$

Поверхностная плотность связанных зарядов выражается через нормальную составляющую вектора поляризации, которая, в свою очередь, выражается через нормальную составляющую суммарного поля:

$$\sigma_1^{'} = P_{1n} = \kappa_1 \cdot \varepsilon_0 \cdot E_{1n} \ .$$

$$\sigma_2' = P_{2n} = \kappa_2 \cdot \varepsilon_0 \cdot E_{2n} .$$

Здесь κ_1 и κ_2 - диэлектрические восприимчивости диэлектриков.
В результате получаем:

$$E_{1n} = E_{0n} - \frac{\kappa_1 \cdot \varepsilon_0 \cdot E_{1n}}{\varepsilon_0} = E_{0n} - \kappa_1 \cdot E_{1n} .$$

$$E_{1n} \cdot (1 + \kappa_1) = E_{0n} \quad \rightarrow \quad E_{1n} = \frac{E_{0n}}{1 + \kappa_1} = \frac{E_{0n}}{\varepsilon_1} .$$

Здесь $\varepsilon_1 = 1 + \kappa_1$ - диэлектрическая проницаемость 1-го диэлектрика.
Итак:

$$E_{1n} = \frac{E_{0n}}{\varepsilon_1} .$$

Аналогично можно получить:

$$E_{2n} = \frac{E_{0n}}{\varepsilon_2} .$$

$\varepsilon_2 = 1 + \kappa_2$ - диэлектрическая проницаемость 2-го диэлектрика.
Для тангенциальных составляющих суммарного поля:

$$E_{1\tau} = E_{2\tau} = E_{0\tau} .$$

Таким образом, при прохождении электрического поля через границу двух диэлектриков нормальная составляющая напряженности поля меняется скачком, терпит разрыв, тангенциальная составляющая непрерывна (не меняется).

Для индукции $\vec{D}$ условия на границе получим с помощью соотношения:

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E} \text{ - в системе СИ} .$$

Нормальные составляющие:

$$D_{1n} = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_0 \cdot E_{1n} = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{E_{0n}}{\varepsilon_1} = \varepsilon_0 \cdot E_{0n} ,$$

$$D_{2n} = \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_0 \cdot E_{2n} = \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{E_{0n}}{\varepsilon_2} = \varepsilon_0 \cdot E_{0n} .$$

Тангенциальные составляющие:

$$D_{1\tau} = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_0 \cdot E_{1\tau} = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_0 \cdot E_{0\tau} ,$$

$$D_{2\tau} = \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_0 \cdot E_{2\tau} = \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_0 \cdot E_{0\tau} .$$

Окончательно:

$$D_{1n} = D_{2n} = \varepsilon_0 \cdot E_{0n} ,$$

$$D_{1\tau} = \varepsilon_1 \cdot \varepsilon_0 \cdot E_{0\tau} ,$$

$$D_{2\tau} = \varepsilon_2 \cdot \varepsilon_0 \cdot E_{0\tau} .$$

Таким образом, при прохождении электрического поля через границу раздела двух диэлектриков нормальная составляющая вектора индукции на границе непрерывна (не меняется), а тангенциальная составляющая терпит разрыв (меняется скачком).

Для вектора напряженности поля наоборот - тангенциальная составляющая непрерывна, а нормальная терпит разрыв.

При произвольном угле наклона вектора внешнего поля к поверхности пластин силовые линии вектора индукции уже не могут пройти через поверхность раздела, совсем не обращая на нее внимания, как это было, когда поле было перпендикулярно поверхности. Поскольку одна из составляющих (тангенциальная) вектора индукции меняется скачком, а другая непрерывна, то меняется скачком направление вектора $\vec{D}$ при прохождении границы. Но количество силовых линий $\vec{D}$ при пересечении границы не меняется и в этом случае (и в любом другом). Силовые линии вектора $\vec{D}$ не обрываются на связанных зарядах.

Силовые линии вектора $\vec{E}$ частично обрываются на связанных зарядах, поэтому их количество меняется при переходе через границу раздела диэлектриков (меняется также и их наклон, если силовые линии не перпендикулярны границе раздела).

Силы, действующие на заряд в диэлектрике.

В общем случае на заряд q действует со стороны электрического поля сила:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E} .$$

Здесь $\vec{E}$ - напряженность поля в том месте, где находится заряд q без учета поля самого заряда q.

Следовательно, казалось бы, для вычисления силы на заряд в диэлектрике нужно просто умножить этот заряд на поле в диэлектрике.

Но в общем случае это не так. Действительно:

1. Чтобы поместить заряд в диэлектрик, нужно часть диэлектрика убрать, образовать полость, в которую и помещается заряд q.

А поле в полости уже будет не таким, как в сплошном диэлектрике, т.к. на поверхности полости появятся связанные заряды, изменяющие поле.

2. При поляризации диэлектрик слегка деформируется, т.к. деформируются, либо поворачиваются молекулы. Эта деформация при поляризации называется электрострикцией.

В результате деформации появляются дополнительные механические силы, действующие на заряженное тело.

По этим двум причинам полная сила, действующая на заряд в диэлектрике, в общем случае не может быть вычислена, как произведение заряда на напряженность поля в сплошном диэлектрике.

Вычисление этой силы в произвольном случае - задача неразрешимая.

Рассмотрим поэтому только несколько простых частных случаев.

1-й случай. Взаимодействие двух точечных зарядов q и Q в безграничном однородном жидком или газообразном диэлектрике с относительной диэлектрической проницаемостью ε.

В этом случае справедлив закон Кулона в следующем виде:

$$F = k \cdot \frac{q \cdot Q}{\varepsilon \cdot r^2} .$$

Здесь r - расстояние между точечными зарядами, а коэффициент k зависит от выбора системы единиц:

$$k = \begin{cases} 1 & \text{в системе СГСЭ} \\ \dfrac{1}{4 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0} & \text{в системе СИ} \end{cases} .$$

Получается, что в данном случае силу можно вычислять по формуле:

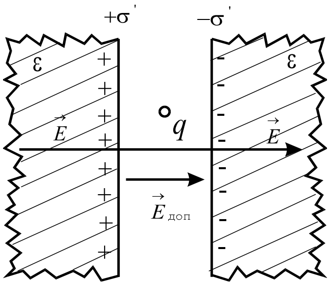
$$F = q \cdot E \text{ , где } E = k \cdot \frac{Q}{\varepsilon \cdot r^2} .$$

Сила взаимодействия двух точечных зарядов в ε раз ослабевает в диэлектрике по сравнению с силой в вакууме. В ε раз ослабевает и напряженность поля точечного заряда в этом случае.

2-й случай. Сила, действующая на точечный заряд в узкой поперечной щели в твердом диэлектрике.

Поместим точечный заряд q в узкую щель в безграничном твердом диэлектрике. Щель ориентирована перпендикулярно силовым линиям электрического поля.

Обозначим $\vec{E}$ - напряженность поля в сплошном диэлектрике.



Под действием электрического поля на краях щели появятся связанные заряды с поверхностной плотностью $+\sigma'$ на левой поверхности щели и $-\sigma'$ на правой. Эти заряды создают свое, дополнительное электрическое поле $\vec{E}_{\text{доп}}$, направленное в ту же сторону, что и поле $\vec{E}$.

Напряженность этого дополнительного поля:

$$E_{\text{доп}} = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0}.$$

Поверхностная плотность зарядов равна нормальной составляющей вектора поляризации, т.е. в данном случае величине этого вектора, т.к. он перпендикулярен поверхности:

$$\sigma' = P_n = P.$$

Таким образом, полное поле внутри щели равно:

$$\vec{E}_{\text{полн}} = \vec{E} + \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0}.$$

Вектор поляризации $\vec{P}$ выражается через напряженность поля в диэлектрике $\vec{E}$ и диэлектрическую восприимчивость диэлектрика κ :

$$\vec{P} = \kappa \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E}.$$

Подставляем это и получаем:

$$\vec{E}_{\text{полн}} = \vec{E} + \frac{\kappa \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E}}{\varepsilon_0} = (1+\kappa)\cdot \vec{E} = \varepsilon \cdot \vec{E}.$$

Сила, действующая на заряд q, помещенный внутрь щели, равна:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}_{\text{полн}} = q \cdot \varepsilon \cdot \vec{E}.$$

Напряженность поля выразим сначала через индукцию. Т.к. $\vec{D} = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E}$ (в системе СИ), то:

$$\varepsilon \cdot \vec{E} = \frac{\vec{D}}{\varepsilon_0}.$$

Теперь воспользуемся соотношением:

$$\vec{E}_0 = \frac{\vec{D}}{\varepsilon_0},$$

где $\vec{E}_0$ - напряженность поля в вакууме (в вакууме $\varepsilon = 1$).

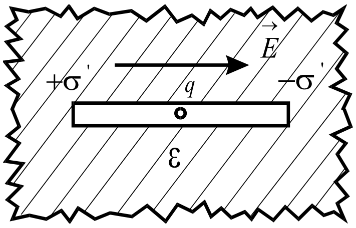
Учитывая два последних равенства, получим окончательно выражение для силы, действующей на точечный заряд в поперечной щели в твердом диэлектрике:

$$\vec{F} = q \cdot \varepsilon \cdot \vec{E} = q \cdot \frac{\vec{D}}{\varepsilon_0} = q \cdot \vec{E}_0 .$$

Получается, что в этом случае сила такая же, как в отсутствие диэлектрика.

3-й случай. Сила, действующая на точечный заряд в узкой продольной щели в твердом диэлектрике.

Пусть точечный заряд q помещается внутрь узкой щели, ориентированной вдоль силовых линий электрического поля. Напряженность поля в диэлектрике $\vec{E}$.



На левом и правом торцах щели появятся связанные заряды с поверхностной плотностью $+\sigma'$ слева и $-\sigma'$ справа. Если щель очень узкая, то полный заряд на каждом торце пренебрежимо мал, т.к. площади торцов пренебрежимо малы. Поэтому пренебрежимо малым будет дополнительное поле этих зарядов. Следовательно, полное поле в такой щели будет равно полю $\vec{E}$ в сплошном диэлектрике.

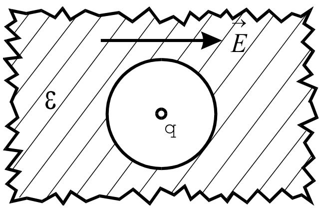
$$\vec{E}_{\text{полн}} = \vec{E} + \vec{E}_{\text{доп}} = \vec{E}, \quad \text{т.к.} \quad \vec{E}_{\text{доп}} = 0.$$

Таким образом, сила, действующая на точечный заряд в узкой продольной щели в сплошном диэлектрике, равна:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E},$$

где $\vec{E}$ - поле в сплошном диэлектрике.

4-й случай. Сила, действующая на точечный заряд, помещенный в центр полости сферической формы в твердом диэлектрике.



В этом случае внутри полости появляется дополнительное поле, обусловленное связанными зарядами на ее поверхности. Величина этого дополнительного поля должна иметь некоторое промежуточное значение между величинами полей в поперечной и продольной щелях.

Точный расчет показывает, что напряженность полного поля в центре сферической полости равна (без вывода):

$$\vec{E}_{\text{полн}} = \vec{E} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0} \quad \text{(в системе СИ).}$$

Здесь $\vec{P}$ - вектор поляризации, $\vec{E}$ - напряженность поля в сплошном диэлектрике.

Следовательно, сила, действующая на точечный заряд q, помещенный в центр сферической полости в твердом диэлектрике, равна:

$$\vec{F} = q \cdot \vec{E}_{\text{полн}} = q \cdot \left(\vec{E} + \frac{1}{3} \cdot \frac{\vec{P}}{\varepsilon_0} \right).$$

Емкость конденсатора с диэлектрическим заполнением.

Заполнение пространства между обкладками конденсатора диэлектриком увеличивает емкость конденсатора. Если однородный диэлектрик с относительной диэлектрической проницаемостью ε заполняет все пространство между обкладками, то емкость конденсатора C увеличивается в ε раз.

$$C = \varepsilon \cdot C_0 \;.$$

Здесь C_0 - емкость конденсатора без заполнения (в вакууме).

В частности, для плоского конденсатора:

$$C=\frac{\varepsilon\cdot\varepsilon_0\cdot S}{d}$$ (в системе СИ).

Увеличение емкости обусловлено тем, что при заполнении конденсатора диэлектриком в ε раз уменьшается напряженность поля между обкладками, в ε раз уменьшается сила на пробный заряд, переносимый с обкладки на обкладку, в ε раз уменьшается работа этой силы, т.е. в ε раз уменьшается разность потенциалов U между обкладками, следовательно, в ε раз увеличивается емкость, т.к. емкость равна:

$$C=\frac{Q}{U}.$$

При заполнении конденсатора диэлектриком знаменатель этого выражения уменьшился в ε раз, числитель (заряд обкладок Q) не изменился, поэтому емкость увеличилась в ε раз.

Выражения для энергии электрического поля любого конденсатора остаются прежними:

$$W=\frac{1}{2}\cdot Q\cdot U=\frac{1}{2}\cdot C\cdot U^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{Q^2}{C}.$$

Только теперь следует подставлять в эти формулы емкость с учетом диэлектрического заполнения:

$$C=\varepsilon\cdot C_0.$$

Если вычислить энергию поля в единице объема пространства между обкладками плоского конденсатора с диэлектрическим заполнением, то получатся следующие выражения:

$$w=\frac{1}{2}\cdot E\cdot D=\frac{1}{2}\cdot\varepsilon\cdot\varepsilon_0\cdot E^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{D^2}{\varepsilon\cdot\varepsilon_0}$$ (в системе СИ).

Здесь E - напряженность электрического поля, $D=\varepsilon\cdot\varepsilon_0\cdot E$ - индукция поля.

Эти формулы для объемной плотности энергии электрического поля, выраженной через характеристики самого поля, справедливы для любого электрического поля, а не только поля плоского конденсатора (без доказательства).

Сегнетоэлектрики. Пьезоэлектрический эффект.

У некоторых диэлектриков имеется отличный от нуля вектор поляризации и в отсутствие всяких внешних воздействий. Такие диэлектрики называются сегнетоэлектриками, т.к. впервые явление самопроизвольной, спонтанной поляризации было обнаружено у сегнетовой соли (двойная калиево-натриевая соль винной кислоты).

Отличительной способностью сегнетоэлектриков являются очень большие значения относительной диэлектрической проницаемости ε - порядка нескольких тысяч (в обычных диэлектриках - единицы, для воды $\varepsilon = 81$), а также нелинейная и неоднозначная зависимость индукции D от напряженности E.

Пьезоэлектрический эффект (пьезоэффект) - это поляризация при механической деформации. Объясняется смещением относительно друг друга ионов кристаллической решетки.

Пьезоэлектриками являются все сегнетоэлектрики и некоторые другие вещества, например, кварц.

Поляризация при деформации называется прямым пьезоэлектрическим эффектом. Прямой пьезоэффект применяется для преобразования механических деформаций в электрические сигналы, например, в звукоснимателях электропроигрывателей.

Обратный пьезоэффект - деформация под действием электрического поля применяется для преобразования электрических колебаний звуковой частоты (или в ультразвуковом диапазоне) в звуковые механические колебания и волны, например, звуковые сигналы в электронных часах.

Электронные и ионные явления.

В этом разделе рассматриваются явления, связанные с прохождением электрического тока через различные вещества. По степени способности пропускать электрический ток (по электропроводности) все вещества делятся на проводники (металлы), полупроводники и диэлектрики.

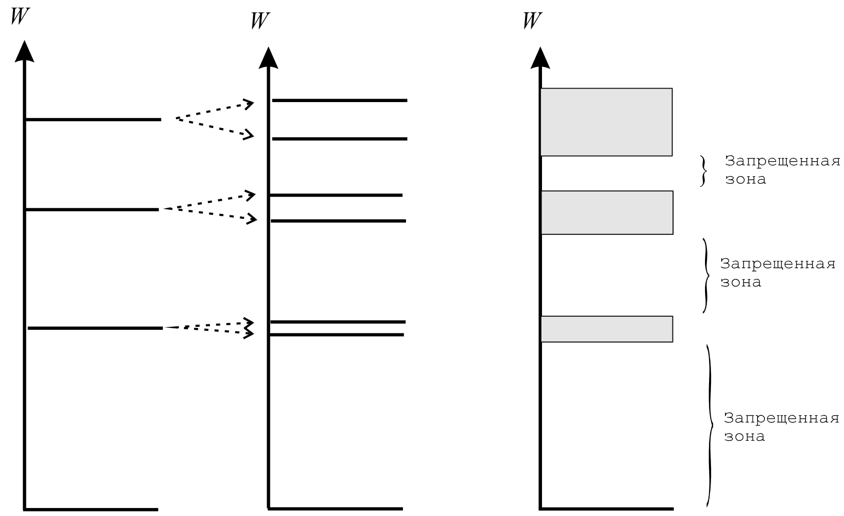
Строгое теоретическое рассмотрение процессов электропроводности в твердых телах может быть выполнено только с помощью аппарата квантовой механики.

В рамках курса общей физики можно привлекать этот аппарат лишь в самом простом виде, в основном на уровне качественных рассуждений. Именно на таком уровне и будут представлены все последующие теоретические построения этого раздела.

Понятие о зонной теории. Металлы, диэлектрики, полупроводники.

Согласно квантовым представлениям энергия электрона в атоме любого элемента может принимать только определенные значения, образующие дискретный набор, называемый энергетическим спектром.

Изображается такой спектр с помощью энергетической диаграммы, на которой каждому разрешенному значению энергии W соответствует определенный энергетический уровень.



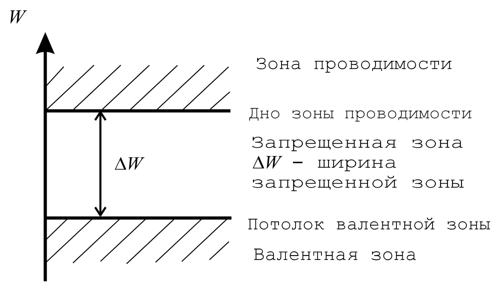
Энергетическая диаграмма атома | Энергетическая диаграмма 2-х атомов | Энергетическая диаграмма N атомов

Если два одинаковых атома сблизить на расстояние, соизмеримое с размерами электронных орбит, то каждый энергетический уровень раздваивается, расщепляется тем сильнее, чем более далекому расположению от ядра он соответствует.

Если сблизить три атома, то каждый уровень будет расщеплен на три подуровня.

Если сблизить N атомов, как это имеет место в кристаллической решетке твердого тела, то каждый уровень одиночного атома будет расщеплен на N подуровней, которые образуют целую зону, состоящую из N разрешенных значений энергии. Эти подуровни в пределах зоны расположены настолько близко друг к другу, что можно считать, что в пределах каждой зоны энергия электрона в атоме может меняться непрерывно, как в классической теории. Но ни один электрон не может иметь энергию, не попадающую в энергетическую зону. Поэтому промежутки, разделяющие энергетические зоны, называются запрещенными зонами.

С точки зрения электропроводности интерес представляют только две энергетические зоны. Первая из них соответствует самым дальним от ядра валентным электронам и называется валентной зоной. Вторая зона находится выше валентной зоны. Эта зона соответствует электронам, оторвавшимся от атомов и способным свободно передвигаться внутри кристалла, т.е. электронам проводимости. Эта зона называется зоной проводимости.



Ни один электрон не может находиться в запрещенной зоне, но перейти скачком из валентной зоны в зону проводимости электрон может, для чего ему необходимо сообщить дополнительную энергию, не меньшую, чем ширина запрещенной зоны ΔW.

Чем меньше ширина запрещенной зоны, тем легче перевести электрон из валентной зоны в зону проводимости.

В соответствии с шириной запрещенной зоны все твердые тела делятся на три группы - металлы, диэлектрики и полупроводники.

Если

$$\Delta W > 2 \div 3 \text{ эв},$$

то перебросить электрон из валентной зоны в зону проводимости невозможно и материал является диэлектриком. Электрический ток он не проводит, каждый электрон сильно связан со своим атомом и оторвать его, превратив тем самым в электрон проводимости, очень трудно.

Вещества, для которых

$$\Delta W < 2 \text{ эв},$$

относятся к полупроводникам.

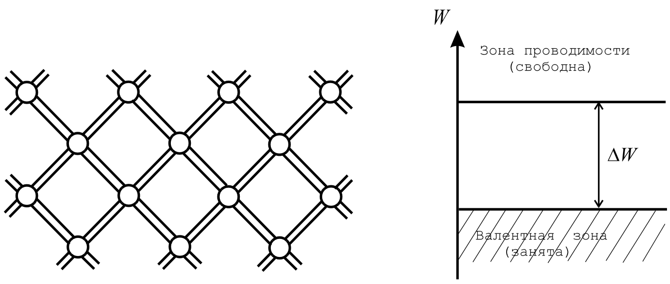
При низких температурах они являются диэлектриками, а при более высоких температурах они могут проводить электрический ток, причем их электропроводность резко возрастает с повышением температуры, оставаясь все же существенно меньшей, чем у металлов, т.е. полупроводники - это плохие проводники.

Наконец, третья группа материалов - это металлы. В металлах зона проводимости перекрывается с валентной зоной, запрещенная зона между ними отсутствует, электропроводность существует при любой температуре, вплоть до абсолютного нуля.

Электроны и дырки. Собственная проводимость полупроводников.

Рассмотрим свойства полупроводников на примере конкретного вещества - германия (Ge). Германий - элемент IV группы периодической системы элементов Д.И.Менделеева. На внешней электронной оболочке атома германия находится 4 валентных электрона.

Атомы германия образуют кристаллическую решетку вещества германия, которую можно изобразить графически с помощью условной двумерной схемы.



Здесь каждая линия связи изображает один валентный электрон, общий для двух соседних атомов. Вокруг каждого атома оказывается восемь линий связи, т.е. восемь валентных электронов. Каждый из них сильно связан со своими двумя соседними атомами.

Свободных электронов в этом случае нет, ток переносить некому.

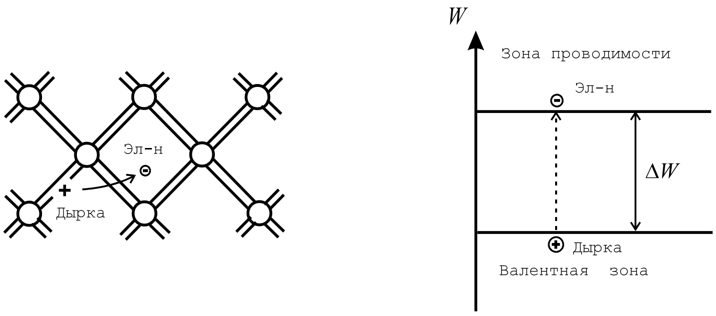
На зонной энергетической диаграмме это соответствует полностью заполненной (занятой) валентной зоне и полностью свободной зоне проводимости.

Такую структуру имеют как полупроводники, так и диэлектрики. Отличие в том, что в диэлектриках практически невозможно оторвать электрон от атома и превратить его в свободный. Невозможно перебросить электрон из валентной зоны в зону проводимости - слишком велика ширина запрещенной зоны ΔW. Поэтому диэлектрики ток не проводят.

В полупроводниках связь валентных электронов с атомами слабее (ширина запрещенной зоны ΔW меньше). Из-за тепловых колебаний атомов некоторые из этих электронов могут оторваться от своих атомов даже при комнатной температуре.

Получившийся электрон проводимости ведет себя так же, как в металле, участвуя в переносе электрического тока. В том месте, где разорвалась валентная связь (оторвался электрон), образуется избыточный положительный заряд, равный по величине заряду электрона и получивший название дырки.

На энергетической диаграмме это можно изобразить как переход электрона из валентной зоны в зону проводимости и образование дырки в валентной зоне.



Дырка наравне с электроном проводимости участвует в переносе электрического тока. Происходит это таким образом. Разрывается связь у соседней с дыркой пары атомов. Появляется оторвавшийся электрон, но этот электрон не успевает стать свободным. Он привлекается электрическим полем положительного заряда старой дырки и попадает в эту дырку, восстанавливает разорванную связь. Старая дырка исчезает, но рядом появляется новая. А это эквивалентно перемещению положительного заряда с одного места на другое. Затем этот заряд аналогичным образом переберется на другое место и т.д.

Таким образом, в чистых кристаллах, состоящих из атомов одного вещества (или однородного химического соединения), проводимость обеспечивается в равной степени как электронами проводимости, так и дырками.

Такие, полупроводники называются собственными полупроводниками, а проводимость, обеспечиваемая электронами и в равной степени дырками, называется собственной проводимостью.

Процесс образования электрона проводимости и одновременно дырки называется генерацией электронно-дырочной пары.

Одновременно происходит и обратный процесс - рекомбинация электронно-дырочных пар. В процессе движения электрон может оказаться слишком близко от дырки, будет захвачен ее полем и заполнит разорванную связь. Электрон проводимости исчезнет, одновременно исчезнет и дырка. На энергетической диаграмме электрон возвратится из зоны проводимости в валентную зону. Освободившаяся энергия выделится, например, в виде электромагнитного излучения.

В стационарном состоянии процессы генерации и рекомбинации происходят с одинаковой средней скоростью (динамическое равновесие).

При нормальных комнатных температурах лишь немногим электронам удается оторваться от атомов. Поэтому проводимость собственных полупроводников очень мала и собственные, чистые полупроводники практического применения в качестве проводящей ток среды почти не имеют.

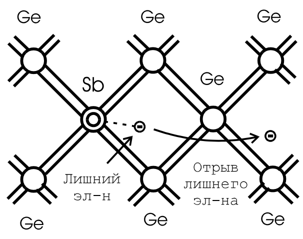
Примесная проводимость полупроводников.

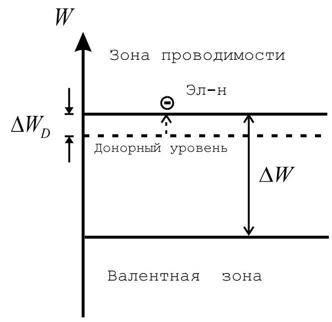
Эксперимент показывает, что введение в полупроводник некоторых примесей в ничтожном количестве увеличивает проводимость полупроводника на несколько порядков.

Рассмотрим механизм этого явления. Пусть в каком-либо месте кристалла вместо атома германия находится атом, например, сурьмы (Sb) - элемента V группы периодической системы элементов Д.И.Менделеева.

Атом сурьмы имеет на внешней оболочке пять валентных электронов, а для образования валентных связей с соседними атомами германия требуется только четыре. Один электрон оказывается, следовательно, лишним. Он не участвует в образовании валентных связей и поэтому слабо связан со своим атомом - не так слабо, как в металлах, но значительно слабее валентных электронов. Поэтому достаточно небольшого внешнего воздействия, чтобы оторвать этот лишний электрон от атома и превратить его в свободный электрон проводимости. Такое воздействие в кристалле всегда имеется в виде тепловых колебаний атомов.

С точки зрения зонной энергетической диаграммы отрыв электрона означает его переход в зону проводимости. Причем, для этого требуется дополнительная энергия, значительно меньшая, чем ширина запрещенной зоны ΔW. Это означает, что до перехода в зону проводимости лишний электрон находился не в валентной зоне. Он находился на своем персональном энергетическом уровне, расположенном в запрещенной зоне недалеко от дна зоны проводимости.





Ширина персональной запрещенной зоны для этого электрона - это расстояние ΔW_D от его собственного уровня до дна зоны проводимости. В рассматриваемом случае эта величина много меньше ширины запрещенной зоны ΔW для собственного, чистого полупроводника:

$$\Delta W_D << \Delta W,$$

т.е. для перевода лишнего электрона в зону проводимости (т.е. для ионизации примеси) требуется значительно меньше энергии, чем для перевода валентного электрона в зону проводимости из валентной зоны.

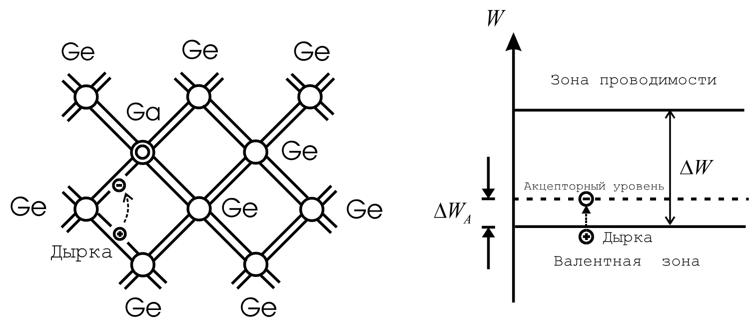
Тепловой энергии, соответствующей нормальной комнатной температуре, достаточно, чтобы ионизировать практически все атомы примеси. Этим и объясняется значительное увеличение проводимости при наличии примеси. Хотя атомов примеси относительно немного, но они практически все отдают свои лишние электроны, которые становятся свободными электронами проводимости.

Проводимость, обеспечиваемая за счет атомов примеси, называется примесной проводимостью.

Образование электронов проводимости за счет примесных атомов не сопровождается появлением дырок. На месте примесного атома, отдающего лишний электрон, образуется неподвижный положительный ион.

Таким образом, при наличии атомов примеси с лишним электроном на внешней оболочке в полупроводнике преобладают носители тока одного типа - электроны. Такие полупроводники называются полупроводниками с электронной электропроводностью, или электронными полупроводниками, или полупроводниками n - типа (от латинского negative - отрицательный). Примеси, отдающие лишний электрон, называются донорными примесями, или донорами. Энергетический уровень лишних электронов донорных примесей называется донорным уровнем.

Предположим теперь, что в кристаллической решетке германия некоторые атомы германия заменены атомами III группы периодической системы элементов Д.И.Менделеева, например, атомами галлия.



На внешней электронной оболочке галлия всего три валентных электрона, а для образования валентных связей с соседними атомами германия требуется четыре электрона. Получается, что одна из валентных связей оказывается незаполненной. Но это не дырка, т.к. атом галлия в целом нейтрален.

Для электронов, образующих валентные связи, нет большой разницы, где образовывать эти связи - между атомами германия или между германием и галлием.

Это означает, что из-за небольших тепловых флуктуаций валентный электрон соседней с атомом галлия связи между атомами германия может покинуть эту связь и заполнить недостающую связь у атома галлия. При этом в месте разрыва старой связи образуется избыточный положительный заряд - дырка, а атом галлия превращается в неподвижный отрицательный ион.

Образовавшаяся дырка способна участвовать в переносе электрического тока, а электрон, захваченный атомом галлия, не является свободным и переносить ток не может.

На энергетической диаграмме электрон уходит из валентной зоны и оставляет в ней дырку. Но этот электрон не становится электроном проводимости, т.е. не достигает зоны проводимости. Он уходит на дополнительный энергетический уровень, расположенный в запрещенной зоне недалеко от потолка валентной зоны. Расстояние этого дополнительного уровня от потолка валентной зоны ΔW_A много меньше ширины запрещенной зоны ΔW:

$$\Delta W_A \ll \Delta W.$$

По этой причине практически все атомы примеси обеспечивают наличие дырок в валентной зоне, поэтому концентрация примесных дырок на несколько порядков больше, чем концентрация электронно-дырочных пар , обеспечиваемых собственной проводимостью. Собственной проводимостью в данном случае можно пренебречь и считать, что ток образуют носители только одного типа - дырки.

Такие полупроводники называются дырочными полупроводниками, или полупроводниками p - типа (от латинского слова positive - положительный). Примеси, захватывающие у соседей недостающий электрон, и обеспечивающие наличие дырок, называются акцепторными примесями, или акцепторами.

Соответствующий энергетический уровень в запрещенной зоне называется акцепторным уровнем.

Рассмотренные выше закономерности относились к однородным бесконечным образцам.

При приведении в контакт двух различных материалов (металл-металл, металл-полупроводник, полупроводник-полупроводник) возникают специфические явления, обусловленные различием физических свойств материалов и называемые контактными явлениями.

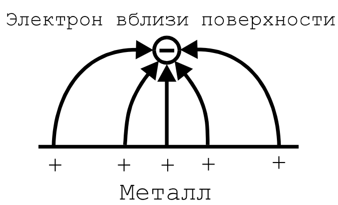
Даже наличие просто границы материала приводит к появлению вблизи границы явлений, не свойственных однородным образцам.

Рассмотрим некоторые из этих явлений на примерах контактов металл-металл и полупроводник-полупроводник.

Работа выхода электрона из металла. Контактная разность потенциалов двух металлов.

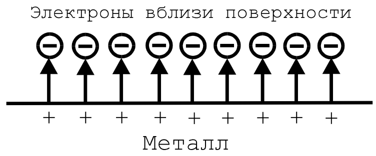
Внутри металла любой электрон проводимости может перемещаться в любом направлении беспрепятственно. Но покинуть металл, выйти на его поверхность может не каждый электрон. Вблизи поверхности существуют силы, препятствующие выходу электрона. Эти силы обусловлены двумя причинами.

Первая причина - электростатическое взаимодействие электрона с зарядом, индуцированным (наведенным) этим электроном на поверхности металла. Индуцированный заряд появляется на поверхности металла при выходе электрона за пределы металла, появляется независимо от того, заряжен металл или нейтрален. Появление этого заряда обусловлено тем, что силовым линиям поля электрона нельзя проникнуть в металл. Они должны оборваться на его поверхности, для чего на ней и появятся (индуцируются, наведутся) положительные заряды.



Электрон, покидающий металл, должен преодолеть действие силы со стороны поля наведенного заряда.

Вторая причина - образование дипольного слоя вблизи поверхности. Некоторая часть электронов, имеющих достаточно большие скорости, выходит из металла и образует отрицательно заряженное облако вблизи его поверхности. Сама поверхность, лишившись этих электронов, приобретает положительный заряд. Положительно заряженная поверхность и отрицательное электронное облако вблизи нее образуют дипольный слой, который схематично (упрощенно) можно изобразить в следующем виде:



Поле дипольного слоя препятствует выходу за пределы металла остальных электронов.

Таким образом, электрон может покинуть металл, лишь преодолев действие сил, удерживающих его внутри. Для этого электрон должен каким-либо образом получить дополнительную энергию.

Дополнительная энергия, необходимая электрону для выхода на поверхность с нулевой скоростью, называется работой выхода.

При приведении в контакт двух различных металлов электроны получают возможность переходить из первого во второй и обратно через границу раздела.

Электронам легче переходить из металла с меньшей работой выхода, чем наоборот. В результате металл с меньшей работой выхода теряет электроны и заряжается положительно, а металл с большей работой выхода приобретает избыточные электроны, т.е. отрицательный заряд.

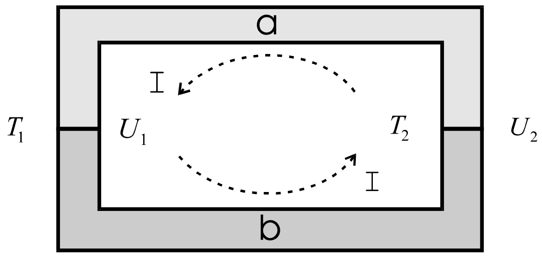
Разделение зарядов приводит к появлению электрического поля в зоне контакта, т.е. к появлению разности потенциалов между металлами. Эта разность потенциалов называется контактной разностью потенциалов. Более высокий потенциал соответствует металлу с положительным зарядом, т.е. металлу с меньшей работой выхода.

Если привести в контакт последовательно несколько различных металлов, то разность потенциалов между крайними из них будет такая же, как и при их непосредственном контакте.

Контактная разность потенциалов зависит от разности работ выхода, а также от температуры контакта.

Эффект Зеебека.

Если из двух различных проводников образовать замкнутую цепь, то в этой цепи будет два контакта.



При одинаковых температурах обоих контактов будут одинаковыми и контактные разности потенциалов обоих контактов. Ток в замкнутой цепи будет отсутствовать, т.к. обе разности потенциалов включены навстречу друг другу.

$$T_1 = T_2 \quad \rightarrow \quad U_1 = U_2 \quad \rightarrow \quad I = 0.$$

Если сделать температуры контактов различными, то контактные разности потенциалов этих контактов тоже станут различными. В результате в замкнутой цепи из двух различных металлов появится электрический ток.

$$T_1 \neq T_2 \quad \rightarrow \quad U_1 \neq U_2 \quad \rightarrow \quad I \neq 0.$$

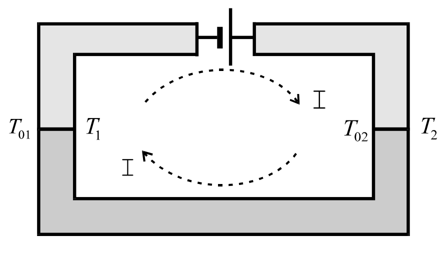
Это явление называется эффектом (или явлением) Зеебека.

Наличие тока в цепи означает наличие ЭДС в ней. ЭДС, обусловленная разностью температур контактов, называется термо-ЭДС. Термо-ЭДС и ток в цепи пропорциональны разности температур контактов.

Явление Зеебека находит широкое применение для измерения температур. Один из контактов поддерживается при заданной температуре T_0 (например, 0^0 С), а другой помещается в точку измерения. Такое устройство называется термопарой. По величине термо-ЭДС, измеряемой прибором, с помощью градуировочной таблицы определяется температура T в точке измерения.

Эффект Пельтье.

Эффект, обратный по отношению к эффекту Зеебека, называется эффектом Пельтье. Он заключается в изменении температур контактов в замкнутой цепи из различных металлов при прохождении тока по этой цепи.



Если по замкнутой цепи, содержащей два контакта, пропускать ток с помощью внешнего источника, то температуры контактов, равные первоначально, начнут изменяться в противоположные стороны. Один контакт будет нагреваться, другой охлаждаться.

В момент времени t = 0 (до включения тока) температуры контактов

$$T_{01} = T_{02},$$

в момент времени t > 0 (после включения тока) температуры контактов

$$T_1 < T_{01} \quad \text{(охлаждение)}, \qquad T_2 > T_{02} \quad \text{(нагревание)}.$$

При изменении направления тока сменится знак эффекта. Нагревавшийся ранее контакт станет охлаждаться и наоборот.

Прохождение тока сопровождается, следовательно, выделением тепла в одном контакте и поглощением тепла в другом. Количество выделяемого и поглощаемого тепла пропорционально величине прошедшего заряда, т.е. первой степени тока. По этому признаку можно отличить выделяющееся в эффекте Пельтье тепло от джоулева тепла, которое пропорционально квадрату тока и не зависит от направления тока (всегда только выделяется).

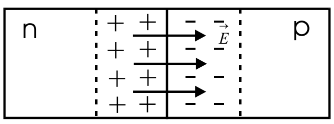
Эффект Пельтье может находить применение в холодильных установках.

Теперь рассмотрим некоторые закономерности, имеющие место при контакте двух полупроводников с различным типом проводимости.

P - n переход.

Контакт между двумя полупроводниками с различным типом проводимости p и n называется p - n переходом.

Из-за теплового движения происходит взаимное проникновение электронов в p область и дырок в n область через поверхность контакта.



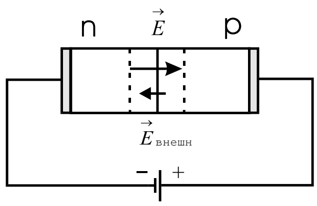
В результате вблизи контакта со стороны n - полупроводника образуется положительный объемный заряд ионов донорных примесей, а со стороны p - полупроводника - отрицательный объемный заряд ионов акцепторных примесей.

Внутри слоя объемного заряда появится электрическое поле, направленное от плюса к минусу.

Это поле препятствует тепловому движению носителей тока через границу и оно будет увеличиваться до тех пор, пока не прекратит тепловое движение полностью. Это будет означать установление равновесия между n и p полупроводниками.

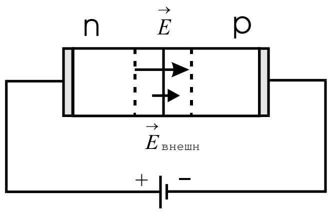
Если приложить к p - n переходу внешнее напряжение, то равновесие будет нарушено. Результат подключения внешнего напряжения существенно зависит от полярности этого напряжения.

Пусть сначала плюс внешнего источника подключен к p - полупроводнику.



В этом случае внешнее поле в p - n переходе, создаваемое источником, направлено против поля самого перехода. Результирующее поле в переходе становится меньше и теперь оно меньше препятствует тепловому движению электронов слева направо, а дырок справа налево. В результате появляется ток через p - n переход, направленный от p полупроводника к n полупроводнику, тем больший, чем больше приложенное напряжение.

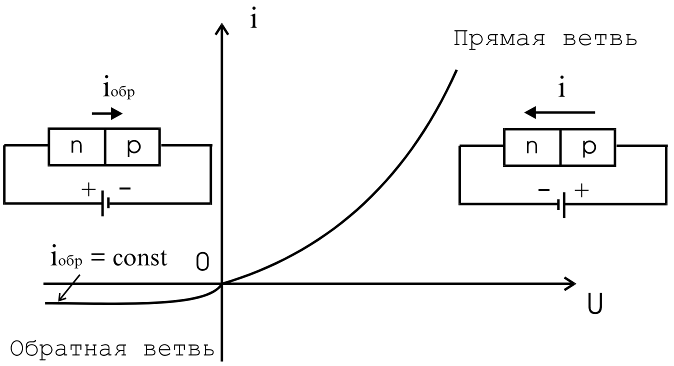
Если сменить полярность внешнего напряжения, то поле источника в p - n переходе будет направлено в ту же сторону, что и поле самого перехода.



Суммарное поле в переходе увеличится и теперь тормозящее действие этого поля не сможет преодолеть практически ни один электрон слева и ни одна дырка справа.

Если бы слева не было других носителей , кроме электронов, а справа - кроме дырок, то ток через переход при таком включении отсутствовал бы. Но в любом примесном полупроводнике всегда имеются в небольшом количестве носители, обусловленные собственной проводимостью, т.е. электронно-дырочные пары. Следовательно, слева кроме примесных электронов имеются в небольшом количестве собственные дырки. Аналогично справа кроме примесных дырок имеются в небольшом количестве собственные электроны. Собственные дырки слева и собственные электроны справа будут создавать очень небольшой ток через переход, т.к. для них суммарное поле в переходе не является тормозящим.

В результате зависимость тока i через p - n переход от приложенного внешнего напряжения U будет иметь следующий характерный вид:



Эта зависимость называется вольт - амперной характеристикой (ВАХ) p - n перехода.

Теоретический вывод дает следующее выражение для вольт - амперной характеристики p - n перехода:

$$i = i_{\text{обр}} \cdot \left[\exp\left(\frac{e \cdot U}{k \cdot T} \right) - 1 \right].$$

Здесь e - величина заряда электрона, k - постоянная Больцмана, T - температура по шкале Кельвина.

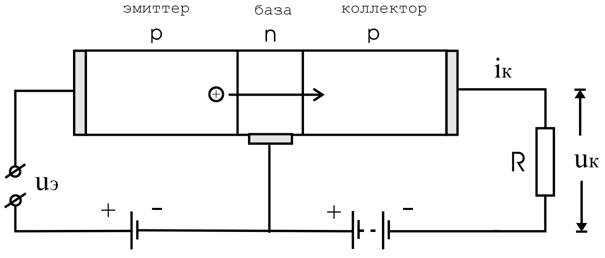
Прямая ветвь (U > 0) соответствует подключению плюса внешнего источника к p - полупроводнику. Обратная ветвь (U < 0) соответствует обратной полярности подключения.

Обратный ток p - n перехода ничтожно мал по сравнению с прямым (на рисунке обратный ток изображен в существенно ином масштабе, чем прямой). Поэтому p - n переход является диодом с практически односторонней проводимостью. Он проводит ток в одном направлении и не проводит в противоположном. Благодаря этому свойству полупроводниковый диод (т.е. двухэлектродный прибор, основной частью которого является p - n переход) находит широкое применение в качестве выпрямителя переменного тока и детектора радиосигналов.

Транзистор.

Транзистор - это трехэлектродный полупроводниковый прибор, или полупроводниковый триод.

Типичное устройство и типичная схема включения транзистора выглядят следующим образом:



Это три области с проводимостью p типа, n типа и снова p типа (транзистор p-n-p типа). Между ними два p - n перехода. Каждая из этих трех областей имеет свое название - эмиттер, база, коллектор. Между коллектором и базой включен через сопротивление источник тока с большим запирающим напряжением, второй p - n переход поэтому заперт, тока в цепи коллектора практически не было бы, если бы эмиттер не был никуда подключен.

Между эмиттером и базой включают источник тока с небольшим, но отпирающим напряжением. В результате через первый p - n переход идет ток.

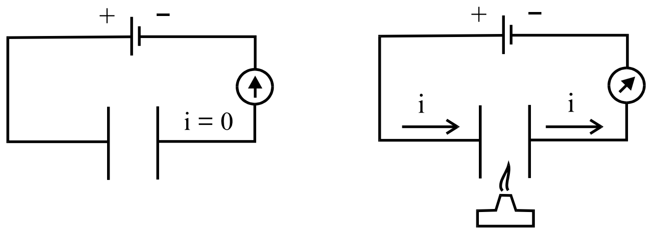
Ширина базы обычно невелика. Поэтому дырки из эмиттера, попадая в базу, проходят базу насквозь, достигают второго p - n перехода и свободно проходят в коллектор, т.к. полярность коллекторного источника тока не препятствует их прохождению слева направо через второй переход. В цепи коллектора поэтому будет ток из-за наличия эмиттера и из-за малой толщины базы.

Если менять напряжение в цепи эмиттера, включив, например, последовательно с эмиттерным источником постоянного тока еще и источник переменного напряжения $u_э$, то ток через оба перехода будет меняться, т.е. в цепи коллектора будет проходить переменный ток $i_к$, а на сопротивлении R появится переменное напряжение $u_к = i_к \cdot R$. Если напряжение коллекторного источника и величина сопротивления R подобраны правильно, то амплитуда переменного напряжения на сопротивлении R будет больше амплитуды напряжения в цепи эмиттера ($u_{кm} > u_{эm}$), т.е. транзистор способен усиливать переменное напряжение. В этом и заключается одно из основных назначений транзистора. Другое основное назначение - генерация незатухающих электромагнитных колебаний. Любой усилитель может быть и генератором, если часть переменного напряжения с выхода усилителя подавать на его же вход (обратная связь).

`Возможно другое сочетание p и n областей (n-p-n транзистор) и другие схемы включения транзистора. Рассмотренная здесь схема включения называется схемой с общей базой.

Электрический разряд в газах.

В обычных условиях газы являются диэлектриками. Молекулы газов нейтральны, свободных носителей тока нет и ток через газ не проходит. Если подключить к обкладкам воздушного конденсатора источник постоянного тока, то прибор, включенный в эту цепь, покажет отсутствие тока - воздух ток не проводит.



Но в этой цепи ток появится, если воздух между обкладками подвергнуть, например, ультрафиолетовому облучению или просто нагреть с помощью обычного пламени (например, спиртовки). Следовательно, такое внешнее воздействие приводит к появлению носителей тока в газе. Под действием облучения или нагрева нейтральный атом теряет электрон и превращается в положительный ион - ионизируется. Для ионизации требуется энергия, не меньшая определенной величины - энергии ионизации. Энергия ионизации различна для различных газов. В результате ионизации молекул газа появляются свободные электроны - носители тока. Образовавшиеся одновременно с электронами положительные ионы также являются свободными и тоже участвуют в переносе тока. Кроме того, свободные электроны могут присоединяться, "прилипать" к нейтральным молекулам и образовывать отрицательные ионы, которые также являются носителями тока. В результате в газах ток переносят заряженные частицы трех видов - электроны, положительные ионы и отрицательные ионы.

Одновременно с образованием ионов идет и обратный процесс - нейтрализация, или рекомбинация ионов. Электрон, встречаясь при своем движении с положительным ионом, присоединяется к нему, образуя нейтральный атом. Освобождающаяся при этом энергия ионизации выделяется чаще всего в виде излучения, вызывая свечение ионизированного газа.

Прохождение электрического тока в газе называется разрядом в газе. Если разряд прекращается после исчезновения внешнего ионизатора, то разряд называется несамостоятельным. Если разряд существует и без внешнего ионизатора, то это самостоятельный разряд.

Упорядоченное движение заряженных частиц в газе происходит не так, как в вакууме. В вакууме под действием электрического поля скорость заряженной частицы непрерывно увеличивается. В газе (также в твердом теле и в жидкости) из-за непрерывных столкновений частицы с атомами и ионами средняя скорость ее упорядоченного движения в заданном поле есть величина постоянная, пропорциональная напряженности поля:

$$\vec{\mathrm{v}} = b \cdot \vec{E}\,.$$

Коэффициент пропорциональности b между напряженностью поля и средней скоростью упорядоченного движения называется подвижностью заряженной частицы. Или иначе - подвижность заряженной частицы равна скорости, которую частица приобретает в поле единичной напряженности. Подвижность заряженных частиц различна в различных газах. В одном и том же газе подвижность различна для электронов, положительных ионов и отрицательных ионов.

Для оценки плотности тока в газовом разряде для упрощения будем считать, что все свободные электроны прилипли к нейтральным атомам и образовали отрицательные ионы. Тогда можно записать для величины плотности тока, обусловленного внешним полем:

$$j = q \cdot n \cdot v_{+} + q \cdot n \cdot v_{-} = q \cdot n \cdot (v_{+} + v_{-}).$$

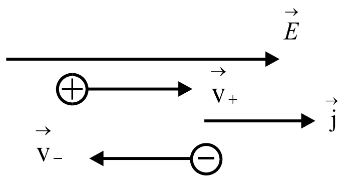
Здесь q - величина заряда иона, n - число пар ионов в единице объема, v_{+} и v_{-} - величины скоростей упорядоченного движения положительных и отрицательных ионов. Величины скоростей выражаются через величину напряженности поля E и подвижности ионов:

$$v_{\pm} = b_{\pm} \cdot E.$$

В результате получаем:

$$j = q \cdot n \cdot (b_{+} + b_{-}) \cdot E.$$

Направления электрического поля, скоростей положительных и отрицательных ионов и плотности тока показаны на рисунке.

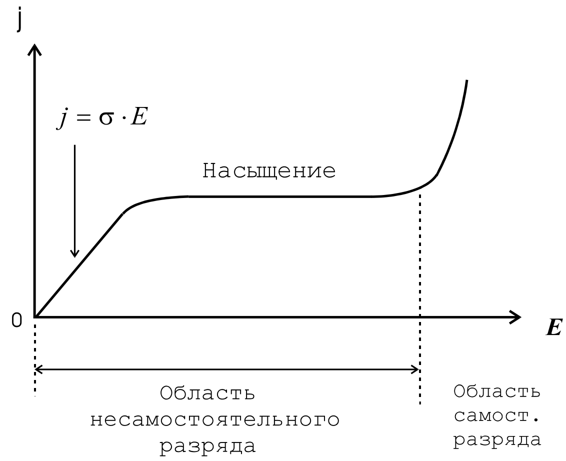


Окончательно получаем:

$$j = \sigma \cdot E.$$

Это выражение представляет собой закон Ома в дифференциальной форме,
$\sigma = q \cdot n \cdot (b_{+} + b_{-})$ - удельная проводимость ионизированного газа. Таким образом, плотность тока газового разряда пропорциональна напряженности внешнего поля E, т.е. величине приложенного внешнего напряжения U. Такой характер зависимости плотности тока от поля будет справедлив только для не очень сильных полей. Если внешнее поле настолько велико, что все образовавшиеся за счет внешнего ионизатора ионы достигают электродов, то закон Ома перестает выполняться, ток достигает насыщения и остается постоянным при увеличении поля. Но если поле превысит некоторое определенное значение, ток разряда резко возрастает.

Если изобразить зависимость плотности тока от напряженности поля, то она будет иметь такой вид:



Такой же вид будет иметь и зависимость тока разряда I от напряжения U, приложенного к разрядному промежутку (вольтамперная характеристика разряда).

Напряжение, при котором происходит резкое увеличение тока разряда, называется напряжением пробоя, или напряжением зажигания. Говорят, происходит пробой газа. Разряд теперь может поддерживаться и без внешнего ионизатора, т.е. становится самостоятельным.

К самостоятельным газовым разрядам относятся искровой, коронный, тлеющий и дуговой разряды.

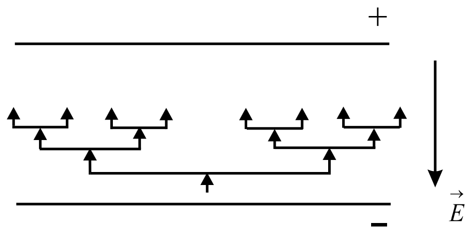
Искровой разряд.

Этот разряд наиболее часто встречается в естественных и искусственных условиях в атмосферном воздухе.

При повышении напряженности электрического поля в воздухе выше определенного предела
($\approx 3 \cdot 10^{6}$ В/м) проскакивает искра, которую хорошо видно и слышно.

В упрощенном варианте наличие искрового пробоя в воздухе объясняется лавинообразным нарастанием числа носителей за счет ионизации электронными и ионными ударами.

Появившийся в разрядном промежутке по какой-либо причине свободный электрон разгоняется внешним электрическим полем. Если поле превышает пробойное, то за время свободного пробега электрона он успевает увеличить свою кинетическую энергию до величины, достаточной для ионизации нейтральной молекулы. Столкнувшись с нейтральной молекулой в конце свободного пробега, электрон ионизирует ее. Появляется еще один свободный электрон и теперь уже два электрона (старый и новый) разгоняются полем. В результате эти два электрона ионизируют уже две молекулы. Появляются еще два новых свободных электрона, а всего вместе с двумя старыми - четыре. Эти четыре ионизируют четыре молекулы, затем аналогично восемь, шестнадцать и т.д. Количество свободных электронов и положительных ионов в разрядном промежутке будет, таким образом, лавинообразно нарастать. Этот процесс схематично показан на рисунке.



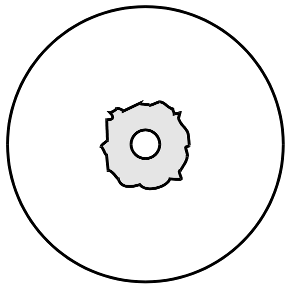
Аналогичным образом происходит нарастание потока свободных носителей и в обратном направлении за счет ударной ионизации положительными ионами.

В результате лавинообразного нарастания количества носителей в разрядном промежутке проходит электрический ток, который может достигать значительной величины и обычно сосредоточен в узком извилистом канале, а не по всему сечению разрядного промежутка. Сильный локальный разогрев газа большим током обуславливает резкий перепад давления, что вызывает появление ударной звуковой волны, воспринимаемой на слух либо в виде треска, либо в виде грома в зависимости от масштаба искры.

Коронный разряд.

Коронный разряд - это частичный пробой газового промежутка, обусловленный тем, что электрическое поле превышает пробойное значение не во всем промежутке, а лишь в его небольшой части. Для этого поле должно быть существенно неоднородным. В свою очередь, для этого один из электродов должен иметь вид острия, либо цилиндра или шарика малого радиуса.

Например, коронный разряд может наблюдаться вблизи внутреннего электрода цилиндрического конденсатора, если этот электрод имеет достаточно малый радиус. Полярность подключения внешнего источника к электродам не имеет принципиального значения.



Ввиду сильной неоднородности поля оно превышает пробойное значение лишь в небольшой области вблизи внутреннего электрода. В этой области развивается лавинообразный процесс образования носителей тока (на рисунке эта область заштрихована). В остальной части промежутка поле ниже пробойного и разряд там имеет несамостоятельный характер.

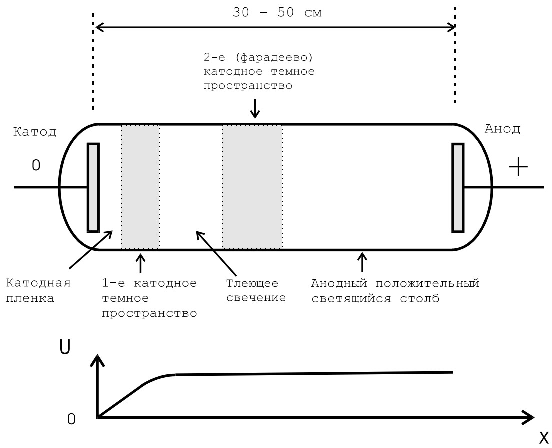
Коронный разряд проявляется внешне в виде светящейся короны вокруг тонкого или острого электрода и сопровождается шипением и потрескиванием.

Наличие внешнего электрода не обязательно. Его роль могут играть окружающие предметы. Поэтому коронный разряд может наблюдаться около проводов высоковольтных линий передач, около вершин деревьев и различных мачт, в частности, огни святого Эльма, т.е. свечение мачт и рей на кораблях - это тоже коронный разряд.

Тлеющий разряд.

Тлеющий разряд в естественных природных условиях не встречается. Для его наблюдения нужна стеклянная трубка с двумя электродами - анодом и катодом. Воздух из этой трубки необходимо откачать до давления $0.01 \div 0.1$ мм рт. ст. При этих условиях напряжение между анодом и катодом величиной от 200 В до 300 В (в зависимости от материала катода) вызывает отчетливо видимое свечение воздуха в трубке. Если трубка заполнена инертным газом, то свечение наблюдается при меньших напряжениях - 100 В и менее.

Свечение неравномерное по длине трубки. Оно распадается на ряд темных и светлых областей. Достаточно грубое деление на области выглядит примерно таким образом:



Тлеющий разряд является самоподдерживающимся за счет двух главных процессов - ударной ионизации электронами и за счет выбивания электронов из катода положительными ионами.

Электроны, выбитые из катода, разгоняются электрическим полем, сосредоточенным главным образом около катода. Такое распределение поля обеспечивается тем распределением потенциала вдоль длины трубки (координаты x), которое характерно для тлеющего разряда (изображено на рисунке внизу). Потенциал быстро увеличивается вдоль координаты x вблизи катода и затем очень медленно нарастает во всем остальном пространстве до самого анода. В результате напряженность поля, равная скорости нарастания потенциала (градиенту), заметно отлична от нуля только в небольшой области пространства вблизи катода.

Первое катодное темное пространство соответствует как раз области разгона в этом поле, когда взаимодействие электронов с молекулами газа еще не происходит. Разогнавшись, электроны ионизируют молекулы газа. Образовавшиеся положительные ионы, попадая в поле у катода, разгоняются в сторону катода и выбивают из катода новые электроны. Таким образом разряд поддерживает сам себя. Вспомогательную роль играет фотоэмиссия электронов из катода, вызванная свечением газа.

За пределами первого темного пространства до самого анода напряженность электрического поля близка к нулю.

Прикатодная область является главной и необходимой для существования тлеющего разряда. Наличие анодного светящегося столба не обязательно. Эта часть является просто проводником между катодной областью и анодом.

Свечение анодного столба обусловлено интенсивной рекомбинацией ионов в нем.

Тлеющий разряд находит широкое практическое применение в лампах дневного света, в рекламных и декоративных светящихся устройствах. Необходимый спектральный состав свечения обеспечивается подбором как состава газа, так и специальных покрытий трубки - люминофоров.

Например, неон дает красное свечение, аргон - голубое. Лампа дневного света обеспечивает нужный спектр за счет покрытия трубки люминофором соответствующего состава.

Дуговой разряд.

Дуговой разряд появляется в тех случаях, когда температура катода по какой-либо причине возрастает настолько, что начинается интенсивная термоэлектронная эмиссия с катода. В дальнейшем высокая температура катода поддерживается током самого дугового разряда, за счет чего дуговой разряд и существует как самостоятельный разряд.

Дуговой разряд характеризуется очень большим током - амперы и даже десятки ампер и низким напряжением - десятки вольт. Для поддержания дугового разряда необходим мощный источник тока, способный поддерживать и выдерживать большой ток.

Большой ток дугового разряда вызывает интенсивный нагрев как газа, так и электродов до температуры несколько тысяч градусов. Яркое свечение дугового разряда обусловлено этим разогревом.

Электрическая дуга применяется в качестве мощного источника света в прожекторах, проекционных установках и в спектральных измерительных приборах, как источник ультрафиолетового излучения в медицинских целях. Применяется также для сварки и резания металла, в дуговых электрических плавильных печах в металлургии.