

Тема №1. Теоретические основы построения систем вооружения зенитных ракетных войск

Занятие № 3. Принципы построения оптимальных обнаружителей, используемых в системах вооружения ЗРВ

Учебные вопросы

1. Задача оптимального обнаружения сигналов.
2. Корреляционно-фильтровой обнаружитель радиолокационных сигналов.

1. Задача оптимального обнаружения сигналов

В большинстве практических ситуаций координаты и параметры движения цели априорно неизвестны. Это вызывает необходимость осуществлять ее обнаружение в каждом из n ($n \gg 1$) разрешаемых объемов радиолокационного наблюдения.

Решение о наличии цели в разрешаемом объеме может приниматься либо оператором, по информации, отображаемой на индикаторах, либо автоматически. Автоматическое принятие решения осуществляется в соответствии с *решающим правилом*, то есть реализованным алгоритмом работы обнаружителя.

Сформулировать решающее правило позволяет *критерий качества обнаружения*, который, по сути, является мерой предпочтения при выборе того или иного решающего правила.

Для произвольного разрешаемого объема всегда имеет место одно из двух случайных событий:

- A_0 – цели в разрешаемом объеме нет;
- A_1 – цель в разрешаемом объеме есть.

Поскольку события альтернативны, сумма их вероятностей дает единицу $P(A_0) + P(A_1) = 1$.

Решение о наличии или отсутствии цели принимается в РЛС на основе анализа наблюдаемой реализации случайного процесса $y(t)$, представляющего собой сумму сигнала (если цель есть) и помехи. Каждому из событий A_0 и A_1 могут соответствовать два в общем случае случайных решения:

\hat{A}_0 – «цели нет»;

\hat{A}_1 – «цель есть».

Состав решений определяет двухальтернативный характер обнаружения, при котором возможны четыре варианта совмещения событий A_k с решениями \hat{A}_i ($k, i = 0; 1$):

ситуация $\hat{A}_1 A_1$ – правильное обнаружение цели;

ситуация $\hat{A}_0 A_1$ – пропуск цели;

ситуация $\hat{A}_1 A_0$ – ложная тревога;

ситуация $\hat{A}_0 A_0$ – правильное необнаружение.

Эти ситуации образуют полную группу событий

$$P(\hat{A}_1 A_1) + P(\hat{A}_1 A_0) + P(\hat{A}_0 A_1) + P(\hat{A}_0 A_0) = 1.$$

Наиболее важным и универсальным критерием качества автоматического обнаружения принято считать критерий *минимума среднего риска*

$$r_{01}P(\hat{A}_0 A_1) + r_{10}P(\hat{A}_1 A_0) = \min. \quad (1)$$

Этот критерий требует минимизации весовой суммы вероятностей ошибочных ситуаций. Неотрицательные коэффициенты r_{01} и r_{10} в общем случае не равны друг другу и представляют собой «плату» за соответствующие ошибочные ситуации пропуска цели и ложной тревоги.

Известно, что вероятность совмещения двух случайных событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого

$$P(\hat{A}_i A_k) = P(A_k)P(\hat{A}_i | A_k), \quad i, k = 0; 1, \quad (2)$$

где $P(\hat{A}_i | A_k)$ – вероятность принятия решения \hat{A}_i при условии, что имеет место событие A_k ;

$P(A_k)$ – априорная (доопытная) вероятность события A_k .

Следует отметить, что условные вероятности $P(\hat{A}_i|A_k)$ могут быть определены экспериментально, например при натурных испытаниях РЛС, а априорные вероятности $P(A_k)$ как правило, неизвестны, что приводит к существенным затруднениям в нахождении $P(\hat{A}_i|A_k)$.

Условные вероятности $P(\hat{A}_i|A_k)$ принято обозначать следующим образом:

$P(\hat{A}_1|A_1) = D$ – условная вероятность правильного обнаружения,

$P(\hat{A}_1|A_0) = F$ – условная вероятность ложной тревоги,

$P(\hat{A}_0|A_1) = 1 - D$ – условная вероятность пропуска цели,

$P(\hat{A}_0|A_0) = 1 - F$ – условная вероятность правильного необнаружения.

При этом, учитывая выражение (2) критерий минимума среднего риска (1) может быть записан в виде

$$r_{01}P(A_1)(1-D) + r_{10}P(A_0)F = r_{01}P(A_1)(1 - D + l_0F) = \min. \quad (3)$$

Где $l_0 = \frac{r_{01}P(A_0)}{r_{10}P(A_1)}$ – весовой коэффициент, не зависящий от

принимаемого радиолокатором процесса $y(t)$ и, следовательно, не влияющий на структуру обнаружителя.

Учитывая, что множитель $r_{01}P(A_1)$ положителен, выражение (3) преобразуется к виду

$$1 - D + l_0F = \min$$

или

$$D - l_0F = \max. \quad (4)$$

Выражение (4) называется *весовым критерием качества обнаружения*. Этот критерий требует одновременной максимизации величины D и минимизации F , однако эти требования противоречивы. Так, например, если потребовать чтобы вероятность D была максимальной ($D=1$), то в этом случае для каждого разрешаемого объема обнаружитель должен выдавать решение \hat{A}_1 о наличии цели. Очевидно, что условная вероятность ложной тревоги при этом тоже будет равна 1 и максимизации (4) не произойдет.

Если же потребовать, чтобы вероятность F была минимальной ($F=0$), то это тоже приводит к абсурдным результатам, так как вероятность пропуска цели при этом возрастает до единицы.

Обычно значения D лежат в пределах $0,5 \div 0,99$, а F – в интервале $10^{-4} \div 10^{-10}$, то есть величина F для одного элемента разрешения значительно меньше D . Это связано с тем, что пространство радиолокационного наблюдения содержит большое количество элементов разрешения n и условная вероятность хотя бы одной ложной тревоги за обзор должна быть малой

$$F_n = 1 - (1 - F)^n \approx nF \ll 1.$$

Пусть, например, в течение периода обзора $T_{\text{обз}} = 10$ с просматривается $n = 10^5$ отдельно разрешаемых элементов пространства. Тогда, задаваясь допустимым значением $F_n = 10^{-1} \div 10^{-3}$ (не более одной ложной тревоги за обзор), имеем допустимое значение условной вероятности ложной тревоги в каждом разрешаемом объеме $F = F_n/n = 10^{-6} \div 10^{-8}$. Таким образом, малая величина F необходима для обеспечения доверия к результатам обнаружения.

Существенным недостатком двух рассмотренных критериев является необходимость доопытного установления весовых функций ошибочных решений r_{01} и r_{10} и значений априорных вероятностей наличия $P(A1)$ и отсутствия $P(A0)$ сигнала цели в принятой смеси $y(t)$. Поэтому на практике обычно используют *критерий Неймана-Пирсона*, который не требует знания перечисленных функций и основан на жесткой фиксации вероятности ложной тревоги $F \leq F_0$ и максимизации в этих условиях вероятности правильного обнаружения D

$$D = \max, \text{ при } F \leq F_0. \quad (5)$$

На основании критерия обнаружения выбирается правило принятия решений «цель есть» $\hat{A}1$ или «цели нет» $\hat{A}0$. Поскольку все рассмотренные критерии приводят к однотипным решающим правилам, рассмотрим выбор такого правила на основании наиболее наглядного весового критерия.

Напряжение на входе радиолокационного приемника может быть обусловлено только помеховым напряжением $u(t)$ (если имеет место событие A_0) либо суммой сигнала $s(t)$ и помехи $u(t)$ (когда имеет место событие A_1)

$$y(t) = A s(t) + u(t),$$

или в векторном виде

$$\vec{y} = A\vec{s} + \vec{u},$$

где $A = 1$; 0 – множитель, учитывающий наличие или отсутствие сигнала,

$$\vec{y} = \{y(t_1), \dots, y(t_N)\}.$$

Напряжение $y(t)$ является случайным процессом и характеризуется N -мерными плотностями вероятности $p_{\text{сп}}(\vec{y}) = p_{\text{п}}(\vec{y} - \vec{s})$ при наличии сигнала и $p_{\text{п}}(\vec{y}) = p(\vec{u})$ при его отсутствии.

Для принятия решения о наличии или отсутствии цели следует разделить все множество Y возможных реализаций случайного вектора \vec{y} на две области Y_1 и Y_0 посредством некоторого значения $\vec{y}_{\text{пор}}$. При попадании реализации \vec{y} в область Y_1 принимается решение \hat{A}_1 о наличии цели, при попадании в область Y_0 – решение \hat{A}_0 о ее отсутствии.

Таким образом, задача синтеза оптимального двухальтернативного обнаружителя состоит в нахождении правила $\hat{A}(\vec{y})$ в соответствии с которым устанавливается принадлежность принятой реализации процесса \vec{y} области Y_1 или Y_0 . Это и будет решающее правило.

При $N=1$ от векторных величин \vec{y} , $\vec{y}_{\text{пор}}$ переходим к скалярным y , $y_{\text{пор}}$ и правило принятия решения в этом случае может быть проиллюстрировано рис.1.

Вероятности правильного обнаружения и ложной тревоги могут быть

$$D = \int_{(Y)} p_{\text{сп}}(\vec{y}) \hat{A}(\vec{y}) d\vec{y},$$

записаны виде

$$F = \int_{(Y)} p_{\text{п}}(\vec{y}) \hat{A}(\vec{y}) d\vec{y}.$$

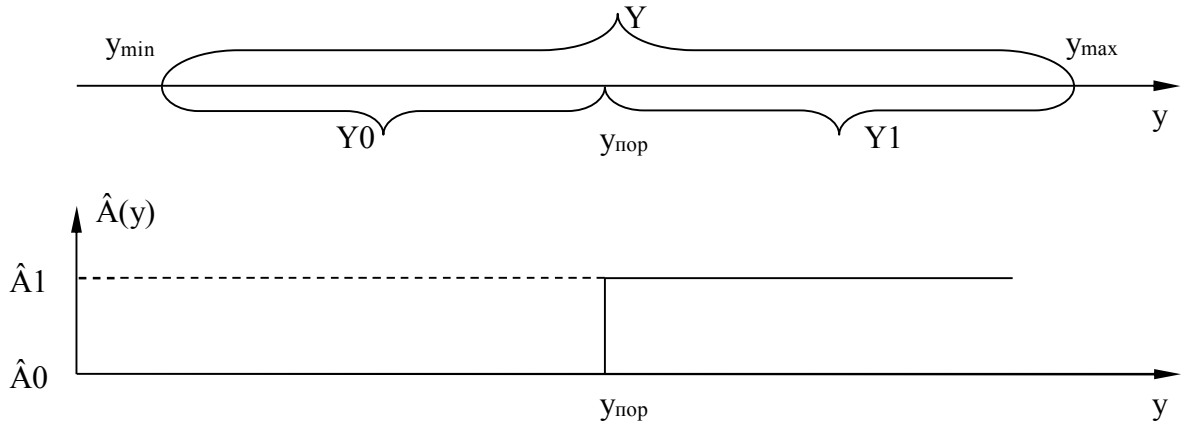


Рис.1. Решающее правило двухальтернативного обнаружителя.

Подставляя их в выражение (4) получаем

$$\int_{(Y)} [p_{\text{сп}}(\vec{y}) - l_0 p_{\text{п}}(\vec{y})] \hat{A}(\vec{y}) d\vec{y} = \int_{(Y)} p_{\text{п}}(\vec{y}) [l(\vec{y}) - l_0] \hat{A}(\vec{y}) d\vec{y} = \max,$$

$$\text{где } l(\vec{y}) = \frac{p_{\text{сп}}(\vec{y})}{p_{\text{п}}(\vec{y})}.$$

Чтобы выполнить условие максимума интеграла в последнем выражении, нужно, с учетом положительной определенности входящих в него составляющих, потребовать максимума подынтегрального выражения. Последний достигается только в том случае, когда решающая функция обращается в ноль при отрицательном значении разности $l(\vec{y}) - l_0$, и принимает единичное значение в остальных случаях:

$$\hat{A}(\vec{y}) = \begin{cases} 1 & \text{при } l(y) \geq l_0, \\ 0 & \text{при } l(\vec{y}) < l_0. \end{cases} \quad (6)$$

Величина $l(\vec{y}) = \frac{p_{\text{сп}}(\vec{y})}{p_{\text{п}}(\vec{y})} = \frac{p_{\text{п}}(\vec{y} - \vec{s})}{p_{\text{п}}(\vec{y})}$ называется *отношением*

правдоподобия (ОП) и представляет собой отношение многомерной плотности вероятности аддитивной смеси помехи и полезного сигнала к

многомерной плотности вероятности помех. Наряду с ОП можно использовать любую монотонную функцию от него, например $\ln l$, что удобно в случае экспоненциального семейства плотностей вероятности помех.

Правило принятия решения об обнаружении цели (6) является оптимальным по весовому критерию качества обнаружения. В соответствии с этим правилом обнаружитель по принятой реализации процесса $y(t) = \{\bar{y}\}$ должен вычислить ее ОП $l(\bar{y})$ (или $\ln l(\bar{y})$) и затем сравнить это значение с порогом обнаружения l_0 . Если в результате сравнения решающая функция принимает единичное значение $\hat{A}(\bar{y}) = 1$, выносится решение «цель есть», если $\hat{A}(\bar{y}) = 0$, выносится решение «цели нет».

Вычисление ОП осуществляется в устройстве обработки (УО), а сравнение его с порогом – в пороговом устройстве (ПУ) рис. 2.

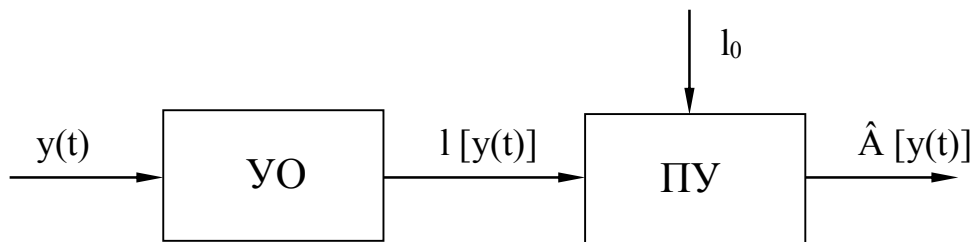


Рис. 2. Структура оптимального обнаружителя.

Если обработка сигнала осуществляется в аналоговом устройстве, то в роли УО выступает радиоприемное устройство, если обработка сигнала ведется в цифровой форме – вычислитель.

Отыскание функций $l(\bar{y})$ для синтеза реальных обнаружителей сигналов производится на основании моделей полезных сигналов и помех. В зависимости от принятых моделей определяется структура обнаружителя, предназначенного для решения конкретной задачи. Так, структура обнаружителя детерминированных сигналов существенно отличается от структуры обнаружителя случайных сигналов, а структура обнаружителя

сигналов на фоне некоррелированных помех от структуры обнаружителя сигналов на фоне помех коррелированных.

Нахождение функционалов ОП $\ln l(\vec{y})$ представляет собой довольно сложную математическую задачу, которая при произвольном задании многомерной функции распределения помех может и не иметь решения в общем виде. Однако в ряде практически важных случаев можно воспользоваться асимптотическим представлением логарифма ОП, учитывающим, что при обнаружении, прежде всего, представляют интерес малые значения сигналов (их принято называть пороговыми).

Асимптотическое представление используется на основании следующего важного соображения: если обнаружение обеспечивается для случая слабых сигналов, то для более мощных оно обеспечивается тем более.

Для простейшего случая, когда все параметры сигнала считаются известными, а помеха представляет собой «белый» шум, с нормальным N -мерным законом распределения

$$p_n(\vec{y} = \vec{u}) = (2\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{N}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^N y_i^2\right],$$

где σ^2 - дисперсия помехи,

алгоритм обнаружения детерминированного сигнала на фоне «белешумовых» помех примет вид:

$$z > z_0 \quad (7)$$

где $z = \int_0^{T_c} s(t)y(t)dt$ – корреляционный интеграл, характеризующий степень

взаимной связи принятого $y(t)$ и ожидаемого $s(t)$ сигналов.

Выражение (7) означает, что для принятия решения о наличии или отсутствии детерминированного сигналов каждом из объемов разрешения РЛС необходимо по принятой реализации $y(t)$ вычислить значение корреляционного интеграла z и сравнить его с порогом обнаружения z_0 . Если

порог превышен, принимается решение о наличии цели, в противном случае о ее отсутствии. Алгоритм (7) иллюстрируется на рис. 3.

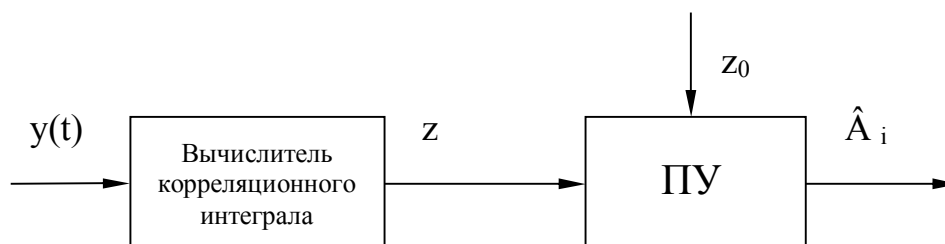


Рис. 3. Структура оптимального обнаружителя на фоне нормального белого шума.

Вычисление корреляционного интеграла может осуществляться одним из трех известных способов: корреляционным, фильтровым или корреляционно-фильтровым.

2. Корреляционно-фильтровой обнаружитель радиолокационных сигналов

Обнаружение сигнала $s(t)$ с известными параметрами требует вычисления корреляционного интеграла

$$z = \int_0^{T_c} s(t)y(t)dt .$$

Для реализации корреляционного обнаружителя необходимо выполнить операцию умножения входного процесса $y(t)$ на ожидаемый сигнал $s_0(t)$, формируемый в генераторе ожидаемого сигнала (ГОС) и в общем случае отличающегося от полезного сигнала $s(t)$, проинтегрировать произведение на времени действия сигнала T_c и сравнить полученное значение корреляционного интеграла z с порогом обнаружения z_0 (рис. 4).

Параметры ожидаемого сигнала s_0 (частота, амплитуда, начальная фаза, время запаздывания) должны точно соответствовать параметрам ожидаемого сигнала y .

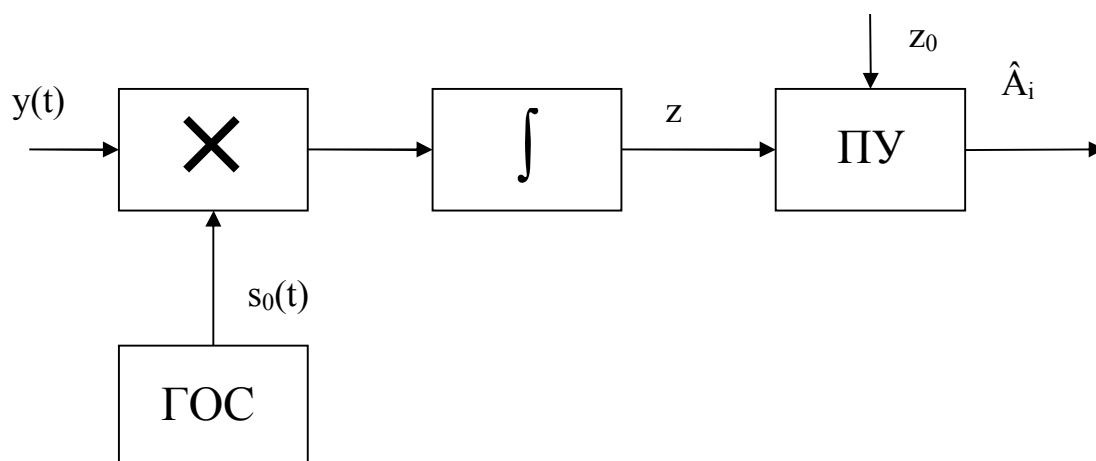


Рис. 4. Корреляционный обнаружитель сигнала с известными параметрами.

Физический смысл корреляционной обработки рассмотрим на примере обнаружения прямоугольного импульса единичной амплитуды

$$s(t) = \begin{cases} \cos(2\pi f_c t + \varphi), & t \in (0, \tau_n) \\ 0, & t < 0; t > \tau_n \end{cases}$$

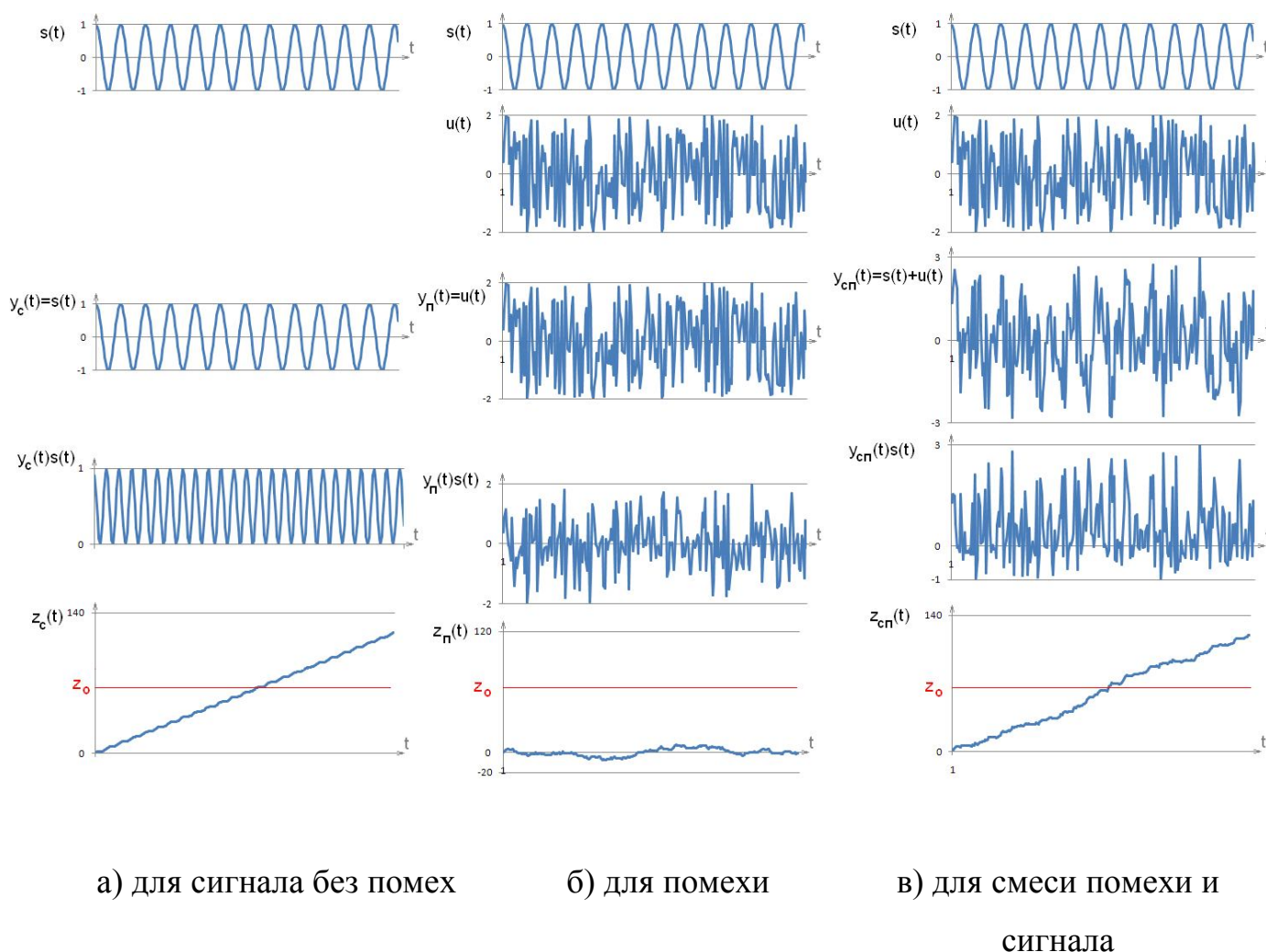


Рис. 5. Формирование корреляционного интеграла z .

При воздействии на вход обнаружителя полезного сигнала (рис. 5 а), в точности соответствующего ожидаемому, сигнал на выходе умножителя равен квадрату полезного сигнала и имеет только положительную полярность. Интегратор накапливает положительные пульсации за время τ_i и формирует на выходе напряжение, определяемое энергией сигнала. Таким образом, при воздействии только полезного сигнала корреляционный обнаружитель выделяет на своем выходе максимум возможного – полную энергию сигнала.

В случае воздействия на обнаружитель шума (рис. 5 б) на выходе умножителя формируется шумовое колебание, промодулированное напряжением ожидаемого сигнала и имеющее нулевое среднее значение. На выходе интегратора образуется процесс, не повторяющийся в различных реализациях, но имеющий в качестве наиболее вероятного (часто повторяющегося) нулевого значения, поэтому превышение этим процессом порога обнаружения маловероятно.

Если на вход обнаружителя действует аддитивная смесь сигнала с шумом (рис. 5 б), то результат на выходе корреляционного интегратора представляет собой сумму результатов их раздельного воздействия. Так вероятность того, что выходное напряжение интегратора превысит порог будет существенно выше, чем в случае одного шума, но вероятность того, что это напряжение будет ниже порога также существует. Чем выше величина отношения сигнал/шум на входе обнаружителя, тем больше будет вероятность превышения порога.

Недостатком рассмотренного обнаружителя следует признать необходимость знать параметры ожидаемого сигнала с точностью до фазы, что в реальных условиях недостижимо.

Другой способ нахождения величины корреляционного интеграла в приемнике – фильтровой.

Учитывая, что сигнал ограничен во времени, то есть равен нулю вне временного интервала $[0, \tau_n]$, а также необходимость сдвига ожидаемого сигнала на время запаздывания t_z , корреляционный интеграл может быть записан в виде

$$z = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t - t_z) y(t) dt.$$

Задача фильтрации состоит в реализации этого алгоритма с помощью фильтра, выходной сигнал которого, описывается интегралом Дюамеля

$$w(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} v(\tau - t) y(t) dt,$$

где $v(\tau)$ - импульсная характеристика фильтра

Импульсная характеристика должна быть согласована с полезным сигналом (рис. 6)

$$v(t) = C s(t_0 - t).$$

Это условие указывает, что импульсная характеристика согласованного фильтра (СФ) пропорциональна и зеркально симметрична полезному сигналу. Коэффициент C учитывает коэффициент усиления или ослабления приемного тракта. t_0 величина задержки сигнала на время обработки в фильтре, не может быть меньше длительности импульса (из условия физической реализуемости).

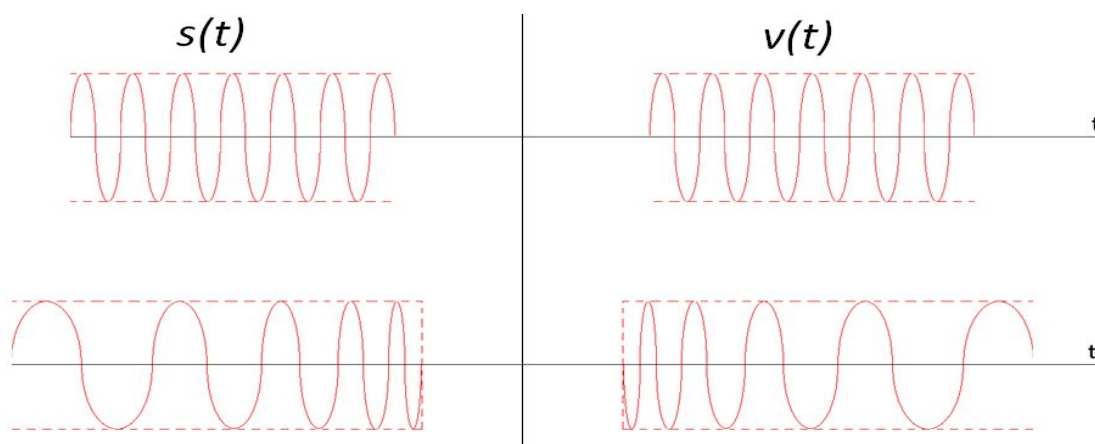


Рис. 6. Импульсные характеристики СФ для простого и ЛЧМ радиоимпульсов.

Частотная характеристика СФ $K(f)$ связана с импульсной $v(t)$ прямым преобразованием Фурье, и пропорциональна произведению комплексно-сопряженного спектра сигнала и множителя запаздывания сигнала, при прохождении его через СФ

$$K(f) = \gamma s^*(f) e^{-j2\pi f t_0}$$

где: $s^*(f)$ - комплексно-сопряженный спектра сигнала;

γ - коэффициент пропорциональности;

$e^{-j2\pi f t_0}$ - множитель запаздывания сигнала.

Свойства согласованного фильтра.

Свойство частотной селекции – СФ пропускает на выход только спектральные составляющие полезного сигнала и ослабляет все остальные частотные составляющие входного воздействия.

Свойство демодуляции фазового спектра сигнала – СФ осуществляет компенсацию фазового спектра входного сигнала. Если входной сигнал имеет фазовую модуляцию (т.е. является сложным $n > 1$), то на выходе какая либо фазовая модуляция отсутствует и сигнал преобразуется в простой ($n=1$), т.е. демодулируется. При этом ширина спектра выходного сигнала приблизительно равна ширине спектра входного $\Delta f_{\text{вых}} \approx \Delta f_{\text{вх}}$, а длительность выходного импульса уменьшится в базу сигнала раз $\tau_{\text{вых}} = \frac{\tau_{\text{вх}}}{n}$.

Свойство когерентного накопления сигнала – на выходе СФ в момент времени $t_0 + t_z$ фазы всех частотных составляющих совпадут, т.е. произойдет их когерентное суммирование. В результате этого в указанный момент времени на выходе фильтра образуется амплитудный пик напряжения, пропорциональный энергии сигнала.

Свойство инвариантности СФ от времени запаздывания – ни временные, ни частотные характеристики СФ не зависят от времени запаздывания сигнала. При изменении t_z амплитудный пик выходного сигнала

смещается на временной оси на ту же величину, что позволяет измерять различные дальности целей одним фильтровым каналом.

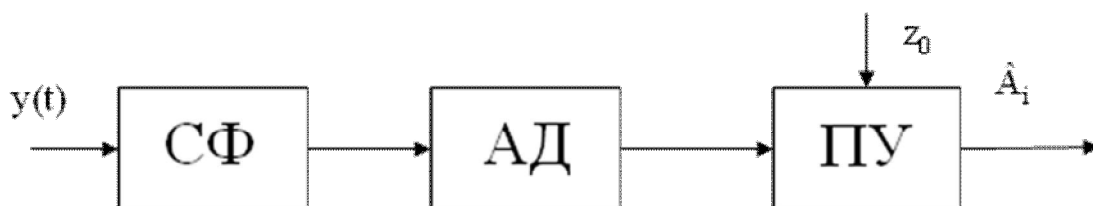


Рис. 7. Фильтровой обнаружитель сигналов

Схема обнаружителя (рис. 7) используется, как правило, в импульсных РЛС не измеряющих доплеровскую частоту, если ширина амплитудно-частотной характеристики СФ много больше диапазона возможных доплеровских частот. В этом случае доплеровским смещением допустимо пренебречь и использовать одноканальный по частоте обнаружитель.

В остальных случаях незнание доплеровской частоты, так же как в корреляционном обнаружителе, приводит к необходимости формирования многоканальных по частоте устройств.

Сочетание достоинств корреляционного и фильтрового обнаружителей и частичная ликвидация их недостатков присущи корреляционно-фильтровому обнаружителю радиолокационных сигналов.

Корреляционный интеграл, вычисляемый оптимальным обнаружителем, может быть представлен в виде

$$z = \int_0^{T_c} y(t)s(t)dt = \int_0^{T_c} y(t)s_1(t)s_2(t)dt = \int_0^{T_c} y_1(t)s_2(t)dt$$

где $y_1(t) = y(t)s_1(t)$

Выбор функций $s_1(t)$ и $s_2(t)$ производится таким образом, чтобы обеспечить простоту технической реализации импульсной характеристики фильтра $v(t) = s_2(t_0 - t)$, с помощью которой вычисляется интеграл свертки

$$z(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} y_1(t)v(\tau - t)dt.$$

Корреляционно-фильтровой метод обработки сводится к двум операциям (рис. 8):

1) перемножение принимаемого высокочастотного сигнала $y(t)$ с функцией $s_1(t)$, эта операция – элемент корреляционной обработки, выполняется в смесителе;

2) вычисление интеграла свертки выходного сигнала перемножителя с импульсной характеристикой фильтра, которая выбрана как зеркальное отображение функции $s_2(t)$, эта операция – элемент фильтровой обработки, выполняется в фильтре.

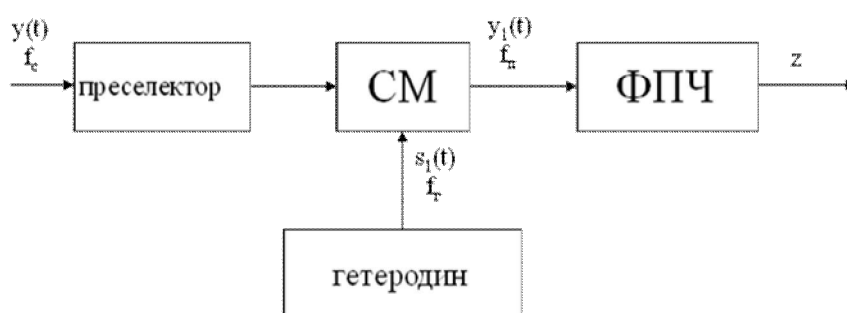


Рис. 8. Структурная схема корреляционно-фильтровой обработки

Корреляционно-фильтровая обработка применяется в РЛС с ЗС вида КППРИ. Ожидаемый сигнал $s(t)$ представляется в виде произведения $s_1(t)$ – ограниченной на времени T_c последовательности радиоимпульсов с несущей частотой f_r и $s_2(t)$ – немодулированного по амплитуде колебания на частоте f_n . В роли СФ применяется узкополосный фильтр, полоса пропускания которого обратно пропорциональна длительности импульсной последовательности T_c .

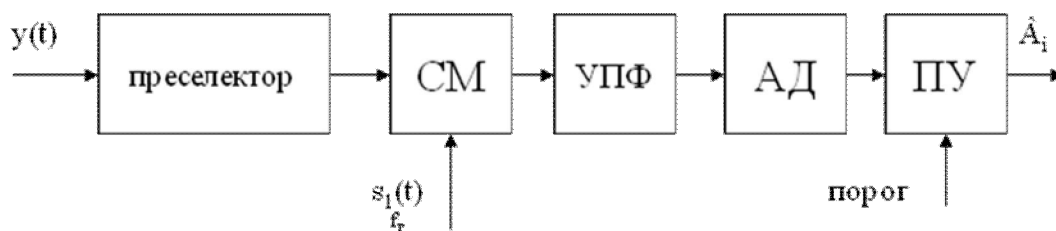


Рис.9. Одноканальный корреляционно-фильтровой обнаружитель

Одноканальный КФ обнаружитель (рис. 9) способен обнаружить сигнал на одной конкретной дальности и на одной конкретной скорости. Для просмотра диапазона дальностей и скоростей необходимо формировать многоканальный по дальности и по скорости обнаружитель (рис. 10)

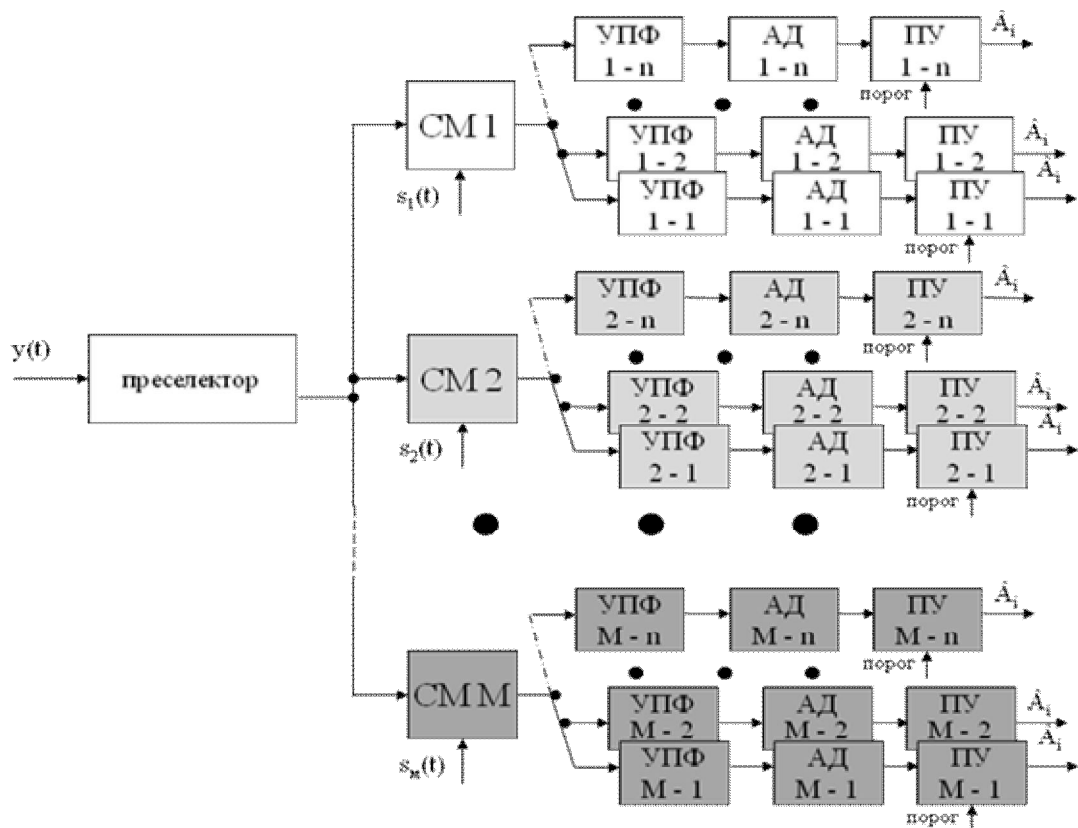


Рис.10. Многоканальный корреляционно-фильтровой обнаружитель