МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Нижегородский государственный университет
им. Н. И. Лобачевского

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ТЕМЕ «ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ»

Практикум
Часть 1

Рекомендовано методической комиссией Института информационных технологий, математики и механики
для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки
01.03.02 «Прикладная математики и информатика»
02.03.02 «Фундаментальная информатика
и информационные технологии»

Нижний Новгород
2020

УДК 517.2
ББК 22.161.1
К65

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ТЕМЕ «ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ». Авторы Гордеева О.В., Киселева Т.П., Олюнина И.И., Сизова Н.А.: Практикум. Часть 1. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2020. – 25 с.

Рецензент: к ф-м. н., доцент **И.В. Никифорова**

Методическая разработка содержит контрольные задания по теме «Функции многих переменных». Она предназначена для студентов 1 курса очной и очно-заочной формы обучения и преподавателей, ведущих практические занятия по дисциплине «Математический анализ». Методическая разработка может быть использована при проведении коллоквиумов, зачетов и экзаменов.

УДК 517.2
ББК 22.161.1

Самостоятельная работа №1

Найти повторные и двойной пределы заданной в таблице 1 функции f(x,y) при $x \to \alpha$, $y \to b$, или доказать, что они не существуют.

Таблица 1

№	f(x,y)	α	b
1	2	3	4
1	$\dfrac{x^2 y}{x^2+y^2}$	0	0
2	x^y	1	∞
3	$x^2 e^{y-x^2}$	∞	∞
4	$\dfrac{x^2 y^2}{x^2 y^2+(x-y)^2}$	0	0
5	$\dfrac{x^2 y+x y^2}{x^2-xy+y^2}$	0	0
6	$\dfrac{x^2 \sin y+y^2 \sin x}{x^4+y^2}$	0	0
7	$\dfrac{x^2+y^2}{x^2+y^3}$	∞	∞
8	$\dfrac{x^3+xy^2}{x^2+y^4}$	∞	∞
9	$\sin\dfrac{\pi y^2}{x^2+3y^2}$	∞	∞

10	$\dfrac{x^y}{1+x^y}$	$+\infty$	0
11	$e^{x^2-y^2}\sin 2xy$	∞	∞
12	$\ln\lvert x+y\rvert\cdot e^{x+y}$	∞	∞
13	$\dfrac{xy^2(x^2+y^2)}{1-\cos(x^2+y^2)}$	0	0
14	$\dfrac{x^2+y}{\sqrt{x^2+y+9}-3}$	0	0
15	$\dfrac{xy^2}{e^{x^2+y^2}}$	∞	∞
16	$\dfrac{x^2+y^2}{e^{x-y}}$	∞	∞
17	$\sqrt{x^2+y^2}\ln(x^2+y^2)$	0	0
18	$\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}\ln\left(\dfrac{1}{x}+e^{\frac{1}{y}}\right)$	∞	∞
19	$\left(1+xy^2\right)^{\frac{1}{\left(x^2+y^2\right)}}$	0	0
20	$\left(1+xy\right)^{\frac{1}{\left(x^2+y^2\right)}}$	0	0

21	$\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{1+\cos\left(x^2+y^2\right)}}{tg^2\left(x^2+y^2\right)}$	0	0
22	$y \cdot \cos \dfrac{1}{y-x}$	0	0
23	$\left(1+x\right)^{1/(x+yx^2)}$	0	1
24	$\log_{1+x}(1+x+y)$	0	0
25	$\dfrac{y}{x} tg \dfrac{x}{x+y}$	0	0

Самостоятельная работа №2

Исследовать на непрерывность заданные в таблице2 функции.

Таблица 2

№	Задание
1	2
1	Найти значения α, при которых функция $u=\begin{cases}\dfrac{1}{x+y}e^{-\frac{1}{\lvert x+y\rvert}}, ...x+y\neq 0\\ a\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \ldots x+y=0\end{cases}$ является непрерывной в R^2
2	Найти значения *a* и *b*, при которых функция $u=\begin{cases}a\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \ldots x^2+y^2\leq 4\\ \sqrt{9-x^2-y^2}-\sqrt{x^2+y^2-4}, \ldots 4<x^2+y^2\leq 9\\ b\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \ldots x^2+y^2>9\end{cases}$ является непрерывной в R^2
3	Найти значения α, при которых функция $u=\begin{cases}\dfrac{x^2-xy^2}{x^2+y^2}, \ldots x^2+y^2\neq 0\\ a\ldots\ldots, \ldots x^2+y^2=0\end{cases}$ является непрерывной в окрестности точки (0,0)

4	В пространстве R^2 найти все точки разрыва и указать точки устранимого разрыва функции $u=\begin{cases}\dfrac{e^{\frac{-1}{\lvert x-y\rvert}}}{xy},\ldots\ldots\ldots y\neq x\\ x^2-3x+2,\ldots y=x\end{cases}$
5	Исследовать непрерывность в R^2 .функции $u=\begin{cases}\dfrac{e^{\frac{1}{xy}}}{xy},\ldots xy\neq 0\\ a\ldots,\ldots xy=0\end{cases}$
6	Найти значения *a*, при которых функция $u=\begin{cases}\dfrac{x^2y}{y^2+x^4},\ldots\ldots x^2+y^2\neq 0\\ a,\ldots\ldots\ldots\ldots x^2+y^2=0\end{cases}$ в точке (0,0) является непрерывной 1) по прямой x=αt, y=βt, $\alpha^2+\beta^2\neq 0$.; 2) по кривой $y=\alpha x^2$; 3) по совокупности x,y.
7	В пространстве R^2 найти все точки разрыва и указать точки устранимого разрыва функции $u=\dfrac{\sin^2 x\sin y}{\sin^4 x+\sin^2 y}$
8	В пространстве R^2 найти все точки разрыва и указать точки устранимого разрыва функции $u=x\sin\dfrac{y^2}{x^2+y^2}$

9	Исследовать непрерывность в R^2 .функции $$u=\begin{cases}\left(x^2+y^2-1\right)\sin\dfrac{1}{1-x^2-y^2},\ldots x^2+y^2\neq 1\\ a\ldots,\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots x^2+y^2=1\end{cases}$$
10	Исследовать на непрерывность в R^2 .функцию $$u=\begin{cases}\dfrac{x+y^2}{x-y^2},\ldots x\neq y^2\\ a\ldots,\ldots\ldots x=y^2\end{cases}$$
11	Найти значения α и *в*, при которых функция $$u=\begin{cases}a\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,\ldots x^2+y^2\leq 1\\ \sqrt{5(x^2+y^2)-4-(x^2+y^2)^2},\ldots 1<x^2+y^2\leq 4\\ b\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,\ldots x^2+y^2>4\end{cases}$$ является непрерывной в своей области определения.
12	Можно ли доопределить по непрерывности функцию $$f(x,y)=\frac{(x-y)^2}{x^2+y^2}$$ в точке (0,0) а) по переменной *y*; б)по совокупности переменных *x* и *y*.
13	В пространстве R^2 найти все точки разрыва и указать точки устранимого разрыва функции $$u=\begin{cases}\dfrac{x^3+y^3}{x+y},\ldots x+y\neq 0\\ a\ldots\ldots\ldots,\ldots x+y=0\end{cases}$$
14	Можно ли доопределить по непрерывности функцию $$f(x,y)=\frac{x^2+3xy+2y^2}{x^3+y^3}$$ в точках A(0;0), B(-1;1) и C(1;-1)..

15	Найти все точки разрыва в пространстве R^2 .функции $$u=\begin{cases}\dfrac{z^2y}{y^2+z^2},\ldots z^2+y^2\neq 0\\ 0\ldots,\ldots\ldots z^2+y^2=0\end{cases}$$
16	Исследовать на непрерывность функцию $$u=\frac{1}{\ln\left\|1-x^2-4y^2\right\|}$$
17	В пространстве R^2 найти все точки разрыва и указать точки устранимого разрыва функции $$u=sign(1-\|x\|-2\|y\|)$$
18	Исследовать на непрерывность функцию $$u=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}},\ldots x^2+y^2\neq 0\\ a\ldots,\ldots\ldots x^2+y^2=0\end{cases}$$
19	Найти и нарисовать область определения функции $$u=\arccos\frac{1}{x^2+y^2-1}$$ и выяснить, является ли эта функция непрерывной на области определения.
20	Исследовать на непрерывность функцию $$u=\begin{cases}\dfrac{x+\sqrt{y}}{x^2+y},\ldots x^2+y\neq 0\\ a\ldots,\ldots\ldots x^2+y=0\end{cases}$$

21	Исследовать на непрерывность функцию $$u=\begin{cases}\dfrac{xy}{\sqrt{x^4+y^4}},\ldots x^2+y^2\neq 0\\ a\ldots,\ldots\ldots x^2+y^2=0\end{cases}$$ а) по переменной *x*; б) по совокупности переменных *x, y*.
22	Исследовать на непрерывность функцию $$u=\begin{cases}\left(x^2+y^2-2\right)\cos\dfrac{1}{2-x^2-y^2},\ldots x^2+y^2\neq 2\\ a\ldots,\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots x^2+y^2=2\end{cases}$$
23	В пространстве R^2 найти все точки разрыва и указать точки устранимого разрыва функции $u=\dfrac{xy-2x-y+2}{x^2+y^2-2x-4y+5}$
24	Можно ли доопределить по непрерывности функцию $f(x,y)=\dfrac{(x+y)^2}{x^2+y^2}$ в точке (0,0) а) по переменной *y*; б)по совокупности переменных *x* и *y*.
25	В пространстве R^2 исследовать на непрерывность функцию $$u=\begin{cases}e^{\frac{-1}{\lvert x-y\rvert}},\ldots\ldots\ldots x\neq y\\ x^2-5x+6,\ldots x=y\end{cases}$$

Самостоятельная работа №3

Исследовать на дифференцируемость в точке (0;0) заданную в таблице 3 функцию f(x,y) и найти $f'_x(0,0)$ и $f'_y(0,0)$, если они существуют.

Таблица 3

№	f(x,y)	№	f(x,y)
1	$\lvert y\rvert \sin x$	2	$\ln\left(2-\lvert x\rvert^{\frac{7}{6}}+\lvert y\rvert^{\frac{5}{4}}\right)$
3	$\sqrt{\lvert xy\rvert}$	4	$x\left(\sqrt[3]{1+\sqrt{\lvert y\rvert}}-1\right)$
5	$ch(\sqrt[5]{x^2 y})$	6	$\left(\sin x+\sqrt[3]{xy}\right)^2$
7	$\sqrt[5]{x^4}\left(\cos\sqrt[5]{y}-1\right)$	8	$\ln\left(3+\sqrt[3]{x^2 y}\right)$
9	$\sqrt[3]{y^2}\, arctg\sqrt{\lvert x\rvert}$	10	$\begin{cases} x\sin\dfrac{y}{\sqrt{\lvert x\rvert}},\ldots x\neq 0 \\ 0\ldots\ldots\ldots,\ldots x=0 \end{cases}$
11	$\sin\left(\dfrac{\pi}{4}+\sqrt[3]{x\,y^2}\right)$	12	$\sqrt[3]{x^3+y^3}$
13	$\sqrt[5]{\sin(1-\cos xy)}$	14	$\sqrt[3]{x^2 y}$
15	$\sqrt{x^2+y^2}$	16	$y\cdot\sqrt[3]{1+\sqrt[3]{x^2}}$

17	$\begin{cases} \dfrac{y^3 - x^3}{x^2 + 2y^2}, \ldots x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 \ldots\ldots\ldots, \ldots x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$	18	$arctg\left(y + xy + \sqrt[3]{x^2 y}\right)$
19	$y + \cos\sqrt[3]{x^2 + y^2}$	20	$\sqrt[3]{\sin^4 x + \cos^4 y}$
21	$\arcsin\left(xy + \sqrt[3]{x^3 + y^3}\right)$	22	$\begin{cases} (x + y)arctg\left(\dfrac{x}{y}\right)^2, y \neq 0 \\ \dfrac{\pi}{2}x \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \ldots y = 0 \end{cases}$
23	$x\lvert y\rvert + y\lvert x\rvert$	24	$\lvert x^2 - y^2\rvert$
25	$\left(y - \lvert x\rvert\right)^2$		

Самостоятельная работа № 4

Найти производную указанного порядка от заданной в таблице №4 функции u = u (x, y, z).

Таблица №4

№	функция	производная
1	$u = f(\sin x; \sin xyz)$	$\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z}$
2	$u = e^{xyz}$	$\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z}$
3	$u = x\ln(xy)$	$\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y}$
4	$u = f(arctg(xy))$	$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$
5	$u = f(t), \quad t = \ln(x + y + z)$	$\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2}$
6	$u = tgx \cdot \cos y$	$\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2}$
7	$u = f(x^2 + y^2, xy)$	$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$
8	$u = x\ln(3x^2 + y)$	$\frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y}$
9	$u = f(x^3 + y^3, x^2 - y^4)$	$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2}$
10	$u = f(\arcsin x^2; x^y)$	f'_x, f'_y, f''_{xy}
11	$u = x^3 \sin y + x^3 \sin x$	$\frac{\partial^6 u}{\partial x^3 \partial y^3}$

12	$u=\sqrt[3]{x^3+xy^2}$	f'_x, f'_y, f''_{xy}, где $f=f(u)$
13	$f=\sqrt{x\,y^3\,z^5}$	f'''_{xyz}
14	$u=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$	$\frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y}$
15	$u=\sin(x+\cos y)$	$\frac{\partial^3 u}{\partial y\,\partial x^2}$
16	$u=\ln(x^2+y^2+z^3-2xyz)$	$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}, \frac{\partial^3 u}{\partial z \partial y \partial x}$
17	$u=\sin x+f(\sin y-\sin x)$	$\frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y}$
18	$u=arctg\,\frac{x+y+z-xyz}{1-xy-yz-zx}$	$\frac{\partial^3 u}{\partial z \partial y \partial x}$
19	$u=y\cdot f(x^2-y^2)$	$\frac{\partial^3 u}{\partial y\,\partial x^2}$
20	$u=\cos\left(x^y\right)$	$u'_x, u'_y, u''_{xy}, u''_{yy}$
21	$u=f\left(\frac{x-y}{xy};(x-y)e^{-\frac{z^2}{2}}\right)$	f'_x, f'_y, f'_z
22	$u=x^{\alpha}\cdot f\left(yx^{\beta};zx^{\gamma}\right)$	f'_x, f'_y, f'_z
23	$u=f\left(x^2+e^y;\sin^2 xy\right)$	$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$
24	$u=arctg\left(x+\ln y\right)$	f'_x, f'_y, f''_{xy}, где $f=f(u)$
25	$u=(x/y)^z$	$u'_x, u'_y, u'_z, u''_{yz}$

Самостоятельная работа № 5

Найти дифференциал указанного порядка от заданной в таблице №5 многократно дифференцируемой сложной функции u.

Таблица №5

№	функция	дифференциал
1	2	3
1	$u = arctg\left(x^2 + y^2\right)$	$du;\ d^2u$
2	$u = f\left(x^2 + y^2 + z^2, x^2 - y^2\right)$	$du;\ d^2u$
3	$u = f\left(\frac{xy}{z}; \frac{xz}{y}\right)$	$du;\ d^2u$
4	$u = f\left(x^2; x^2 + y^2; x^2 + y^2 + z^2\right)$	$du;\ d^2u$
5	$u = \sin\left(x^2 + y^2\right)$	d^3u
6	$u = f\left(x, y, z\right)$, где $x = 2t, y = t^2 + t, z = t^3$	$du;\ d^2u$
7	$u = \ln\left(x + y\right)$	d^4u
8	$u = f\left(arctgx, arctgy\right)$	$du;\ d^2u$
9	$u = chy \cdot shx$	d^3u
10	$u = f\left(arctg\, {}^{y}\!/_{x}, y^2\right)$	$du;\ d^2u$
11	$u = f\left(\ln xy, \ln xz\right)$	$du;\ d^2u$
12	$u = \sqrt[4]{(x-1)y^3} - xy$, где x>1, y>0	$du;\ d^2u$

13	$u = f(x^3 + y^3 + z^3)$	$du;\ d^2u$
14	$u = (x + y)^{xy}$	$du;\ d^2u$
15	$u = f(xy, yz, xz)$	$du;\ d^2u$
16	$u = f(x^3 + y^3 + z^3; x + y + z; xyz)$	$du;\ d^2u$
17	$u = f\left(\frac{y}{x + y}; x^2 - y^2\right)$	$du;\ d^2u$
18	$u=f(t,v,w)$, где $t = x^2 + y^2; v = x^2 - y^2; w = xyz$	$du;\ d^2u$
19	$u = f\left(x^2, arctg\left(\frac{y}{x}\right)\right)$	$du;\ d^2u$
20	$u = f\left(2^{xy}, 3^{xyz}\right)$	$du;\ d^2u$
21	$u = f\left(\sin^2 3x, \cos^3 2y\right)$	$du;\ d^2u$
22	$u = f(xy + \frac{y^2}{x})$	$du;\ d^2u$
23	$u = f\left(\arcsin x^2, y^x\right)$	$du;\ d^2u$
24	$u = f\left(\frac{y}{x + y}; x^2 - y^2\right)$	$du;\ d^2u$
25	$u = f\left(x\cos y, y\cos x, z^3\right)$	$du;\ d^2u$

Самостоятельная работа № 6

Найти частные производные от неявно заданной в таблице №6 многократно дифференцируемой функции.

Таблица №6

№	функция	производная
1	$xyz = xe^z + ye^z$	$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$
2	$F(\xi,\eta,\zeta)=0$ $\xi=\sin x\cos y,\quad \eta=\sin x-\cos y,$ $\zeta=\sin x-\cos y+z^2$	$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}$
3	$xz = xy + y + z^2$	$\frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$
4	$F(u+v+z, u^2+v^2+z^2)=0,$ $z=z(u,v)$	$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$
5	$F\left(\frac{x}{z},\frac{y}{z}\right)=0$	$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}$
6	$F(2x^2+3z, 3xy+6z^2)=0$	$\frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$
7	$F(z\cos x, z\cos y)=0$	$\frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$
8	$F\left(\frac{z}{x},\frac{z}{y}\right)=0$	$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial y\partial x}$

9	$\frac{z}{\sqrt{x^2-y^2}} = tg\,\frac{z}{\sqrt{x^2-y^2}}$	$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$
10	$u = xy^2z^3$, причем $y(x,z)$ задана уравнением $3xyz = x^2 + y^2 + z^2$.	$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$
11	$u = x + arctg\,\frac{y}{u-x}$, где u=u(x,y)	$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}$
12	$F(x-y, y-z, z-x) = 0$	$\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$
13	$z = x^2 + y^2$, где $y(x)$ определяется из уравнения $x^2 - xy + y^2 = 1$.	$\frac{dz}{dx}, \frac{d^2 z}{dx^2}$
14	$u = \frac{x+z}{y+z}$, где z определяется из уравнения $ze^x = xe^x + ye^{y\,y}$.	$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}$
15	$z = (x+y)e^z + ye^z$	$\frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$
16	$x^2 - 2y^2 + 3u^2 - yu + y = 0$, $u=u(x,y)$	$u'_x(1;1;0), u''_{xy}(1;1;0)$
17	$u - x = y \cdot ctg\,(u-x)$	$u'_x, u'_y, u''_{xx}, u''_{xy}, u''_{yy}$ в точке $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right) = (x, y, u)$

18	$x = u\cos\frac{v}{u},\ y = u\sin\frac{v}{u}$	$\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial v}{\partial x}, \frac{\partial v}{\partial y}$
19	$x\cos y + y\cos u + u\cos x = 1$	u'_x, u'_y, u''_{xx} в точке $(0,1,0) = (x, y, u)$
20	$f(x - az, y - bz) = 0$	доказать, что $a\frac{\partial z}{\partial x} + b\frac{\partial z}{\partial y} = 1$
21	$u = xy^2z^3$, причем *z(x,y)* задана уравнением $3xyz = x^2 + y^2 + z^2$	$u'_x(1;1;1)$
22	*u(x,y)* функция, заданная уравнением $\pi yu = 4arctg(xyu)$	u'_x, u'_y, u''_{yy}
23	$u = \frac{x + z(x,y)}{y + z(x,y)}$, где *z(x,y)* функция, заданная уравнением $ze^z = xe^x + ye^y$	u'_x, u'_y, u''_{xy}
24	*u=u(x,y)* функция, заданная уравнением $x + y + u = e^{u-x-y}$	$u'_x, u'_y, u''_{xy}, u''_{xx}$

25	$F(u,v,w)=0, где$ $u = ztgx, v = zctgx, w = y^2$	$\frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$

Самостоятельная работа № 7

Найти dz; d^2z от дважды дифференцируемой функции $z=z(x, y)$ заданной неявно уравнением, или системой уравнений (см. таблицу №7).

Таблица №7

№	функция	№	функция
1	$\begin{cases} x = u + \ln v \\ y = v - \ln v \\ z = u^2 + v^2 \end{cases}$	2	$\begin{cases} x = u \ln v \\ y = v \ln u \\ z = u^2 - v^2 \end{cases}$
3	$\begin{cases} x = u \cos v \\ y = u \sin v \\ z = u^2 \end{cases}$	4	$\begin{cases} xe^{u+v} + 2uv = 1 \\ ye^{u-v} - \dfrac{u}{1+v} = 2x \\ z = u + v \end{cases}$
5	$\begin{cases} x = u \cdot e^{u+v} \\ y = e^{u-v} \cdot v \\ z = u^2 - v^2 \end{cases}$	6	$\begin{cases} x = u^2 - v^2 \\ y = u + v \\ z = tg(uv) \end{cases}$
7	$\begin{cases} x = v + \arcsin u \\ y = u + \arccos v \\ z = u - v \end{cases}$	8	$\begin{cases} x = a^u \ln v \\ y = a^u \ln u \\ z = u + v \end{cases}$
9	$\begin{cases} x = u^2 + v^2 \\ y = u - v \\ z = u + v \end{cases}$	10	$\begin{cases} u + v^2 = x \\ u^2 - v^3 = y, \\ z = u \cdot v \end{cases}$

11	$\begin{cases} x = u\ln v \\ y = v\ln u \\ z = \ln u + \ln v \end{cases}$	12	$\begin{cases} x = u + \ln v \\ y = v - \ln v \\ z = 2u + v \end{cases}$
13	$\begin{cases} x = u^2 - v^2 \\ y = u - v \\ z = tg(uv) \end{cases}$	14	$\begin{cases} x = u^2 + v^2 \\ y = uv^3 \\ z = u + v \end{cases}$
15	$\begin{cases} x = u \cdot v \\ y = \frac{1}{2}(u^2 - v^2) \\ z = 2\sqrt{v} \end{cases}$	16	$\begin{cases} x = u \cdot \cos v \\ y = u \cdot \sin v \\ z = u + v \end{cases}$
17	$\begin{cases} x = u^2 + v^2 \\ y = u + v \\ z = u^3 + v^3 \end{cases}$	18	$\begin{cases} x = (u - v)^2 \\ y = 2v + 3u \\ z = 2v^2 \end{cases}$
19	$\begin{cases} x = \sin u \cos v \\ y = \sin v \sin u \\ z = \ln tg\left(\frac{u}{2}\right) + \cos v \end{cases}$	20	$\begin{cases} x = arctg(u + v) \\ y = arctg(u - v) \\ z = u \cdot v \end{cases}$
21	$\begin{cases} x = u + \ln v \\ y = v - \ln u \\ z = 2u + v \end{cases}$	22	$\begin{cases} x = (b + a\cos u)\cos v \\ y = (b + a\cos u)\sin v \\ z = a\sin v \end{cases}$ $b \geq a > 0$

23	$\begin{cases} x = a\cos u \cdot chv \\ y = b\sin u \cdot chv \\ z = c\, shv \end{cases}$	24	$\begin{cases} x = c\sin v \\ y = a\cos u \cdot \cos v \\ z = b\sin u \cdot \cos v \end{cases}$
25	$\begin{cases} x = u + \ln v^2 \\ y = v - \ln u \\ z = u \cdot v \end{cases}$		

Список литературы

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Том 1. – СПб.: Лань. – 2019. – 608 с. – URL: https://e.lanbook.com/book/113948

2. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин М.И. Сборник задач по математическому анализу. Том 3. Функции нескольких переменных: Учебное пособие. – М.: Физматлит, 2016.

3. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Часть II. – М.: Физматлит, 2009.

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ
ПО ТЕМЕ «ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ»

Авторы:
Ольга Владимировна **Гордеева**
Татьяна Петровна **Киселева**
Ирина Игоревна **Олюнина и др.**

Практикум
Часть 1

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский Нижегородский государственный
университет им. Н.И.Лобачевского».
603950, Нижний Новгород, пр.Гагарина, 23