

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Национальный исследовательский  
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского**

**ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ КОГЕРЕНТНЫХ  
ДЕМОДУЛЯТОРОВ АМ И ЧМ СИГНАЛОВ**

**Практикум**

Рекомендовано методической комиссией радиофизического факультета для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 03.03.03 «Радиофизика и электроника», 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем»

Нижегород  
2015

УДК 621.376(07)  
ББК 32.841р30  
И 85

**И85 ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ КОГЕРЕНТНЫХ  
ДЕМОДУЛЯТОРОВ АМ И ЧМ СИГНАЛОВ.** Составитель к.т.н.,  
доцент В.Ф.Клюев: Практикум – Нижний Новгород:  
Нижегородский госуниверситет, 2015. – 20с.

Рецензент: доктор физико-математических наук, профессор  
кафедры бионики и статистической радиофизики А.Г.Флакман

Цель работы – изучение принципа действия демодуляторов, анализ работы демодуляторов в условиях помех, изучение влияния порога на вероятность ошибки при приёме.

Методические указания содержат основные теоретические сведения о преобразовании сообщения в дискретный сигнал на передающей стороне и восстановлении сообщения в приёмнике, о принципах построения оптимальных когерентных демодуляторов АМ и ЧМ сигналов и их потенциальной помехоустойчивости, краткое описание лабораторного оборудования, задания к лабораторной работе и методические указания для их выполнения, а также контрольные вопросы и список цитируемой литературы.

Практикум предназначен для студентов радиофизического факультета ННГУ при изучении дисциплин «Синтез оптимальных приемных устройств радиосигналов на фоне помех», «Технические средства и методы защиты информации» по направлениям подготовки 03.03.03 «Радиофизика» и 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем».

Ответственные за выпуск:  
председатель методической комиссии радиофизического факультета ННГУ,  
к.ф.-м.н., доцент **Н.Д. Миловский**,  
зам. председателя методической комиссии радиофизического факультета  
ННГУ,  
д.ф.-м.н., профессор **Е.З. Грибова**

УДК 621.376(075.8)  
ББК 32.841р30  
И85

## 1. КОДИРОВАНИЕ И МОДУЛЯЦИЯ

В современных системах передачи дискретных сообщений принято различать две группы относительно самостоятельных устройств: кодеки и модемы. *Кодеком* называются устройства, преобразующие сообщение в код (кодер) и код в сообщение (декодер), а *модемом* — устройства, преобразующие код в сигнал (модулятор) и сигнал в код (демодулятор).

При передаче непрерывного сообщения  $a(t)$  оно сначала преобразуется в первичный электрический сигнал  $b(t)$ , а затем, как; правило, с помощью модулятора формируется сигнал  $s(t)$ , который и посылается в линию связи. Принятое колебание  $x(t)$  подвергается обратным преобразованиям, в результате которых выделяется первичный сигнал  $b(t)$ . По нему затем восстанавливается с той или иной точностью сообщение  $a(t)$ .

Общие принципы модуляции предполагаются известными. Остановимся кратко на особенностях дискретной модуляции.

При дискретной модуляции закодированное сообщение  $a$ , представляющее собой последовательность кодовых символов  $\{b_i\}$ , преобразуется в последовательность элементов (посылок) сигнала  $\{s_i\}$ . В частном случае дискретная модуляция сводится к воздействию кодовых символов на переносчик  $f(t)$ .

Посредством модуляции один из параметров переносчика изменяется по закону, определяемому кодом. При непосредственной передаче переносчиком может быть постоянный ток, изменяющимися параметрами которого являются величина и направление тока. Обычно же в качестве

переносчика, как и в непрерывной модуляции, используется переменный ток (гармоническое колебание). В этом случае можно получить амплитудную (АМ), частотную (ЧМ) и фазовую (ФМ) модуляции. Дискретную модуляцию часто называют *манипуляцией*, а устройство, осуществляющее дискретную модуляцию (дискретный модулятор), называют манипулятором или генератором сигналов.

На Рис.1. приведены формы сигналов при двоичном коде для различных видов манипуляции. При АМ символу 1

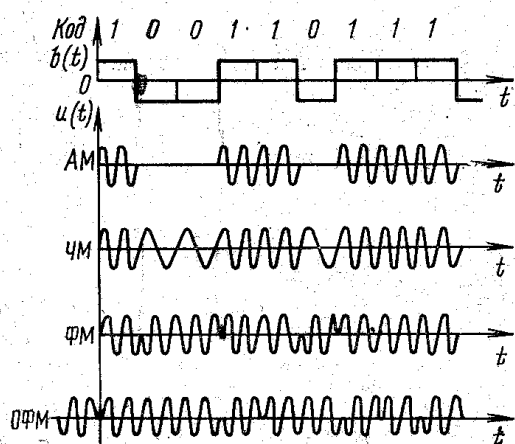


Рис.1

соответствует передача несущего колебания в течение времени  $T$  (посылка), символу 0 — отсутствие колебания (пауза). При ЧМ передача несущего колебания с частотой  $f_1$  соответствует символу 1, а передача колебания с частотой  $f_0$  соответствует 0. При двоичной ФМ меняется фаза несущей на  $180^\circ$  при каждом переходе от 1 к 0 и от 0 к 1.

На практике нашла применение система относительной фазовой модуляции (ОФМ). В отличие от ФМ, при ОФМ фаза сигналов отсчитывается не от некоторого эталона, а от фазы предыдущего элемента

сигнала. В двоичном случае символ 0 передается отрезком синусоиды с начальной фазой предшествующего элемента сигнала, а символ 1 — таким же отрезком с начальной фазой, отличающейся от начальной фазы предшествующего элемента сигнала на  $\pi$ . При ОФМ передача начинается с посылки одного, не несущего информации элемента, который служит опорным сигналом для сравнения фазы последующего элемента.

## 2. ДЕМОДУЛЯЦИЯ И ДЕКОДИРОВАНИЕ

Восстановление переданного сообщения в приемнике обычно осуществляется в такой последовательности. Сначала производится *демодуляция* сигнала. В системах передачи непрерывных сообщений в результате демодуляции восстанавливается первичный сигнал, отображающий переданное сообщение.

В системах передачи дискретных сообщений в результате *демодуляции* последовательность элементов сигнала превращается в последовательность кодовых символов, после чего эта последовательность преобразуется в последовательность элементов сообщения. Это преобразование называется *декодированием*.

Та часть приемного устройства, которая осуществляет анализ входящего сигнала и принимает решение о переданном сообщении, называется *решающей схемой*.

В системах передачи дискретных сообщений решающая схема обычно состоит из двух частей: первой — *демодулятора* и второй — *декодера*.

На вход демодулятора с выхода канала связи поступает сигнал искаженный аддитивными и мультипликативными помехами. На выходе же демодулятора формируется дискретный сигнал, т. е. последовательность кодовых символов. Обычно некоторый отрезок (элемент) непрерывного сигнала преобразуется модемом в один кодовый символ (поэлементный прием). Если бы этот кодовый символ всегда совпадал с передаваемым (поступившим на вход модулятора), то связь была бы безошибочной. Но как уже известно, помехи приводят к невозможности с абсолютной достоверностью восстановить по принятому сигналу переданный кодовый символ.

Каждый демодулятор математически описывается законом, по которому поступивший на его вход непрерывный сигнал превращается в кодовый символ. Этот закон называется *правилом решения, или решающей схемой*. Демодуляторы с различными правилами решения будут выдавать, вообще говоря, различные решения, из которых одни будут верными, а другие ошибочными.

Будем полагать, что свойства источника сообщения и кодера известны. Кроме того, известен модулятор, т. е. задано, какая реализация элемента сигнала соответствует тому или иному кодовому символу, а также задана математическая модель непрерывного канала. Требуется определить, каков

должен быть демодулятор (правило решения), чтобы обеспечить оптимальное (т. е. наилучшее из возможных) качество приема.

Такая задача была впервые поставлена и решена (для гауссовского канала) в 1946 г. выдающимся советским ученым В. А. Котельниковым. В этой постановке качество оценивалось вероятностью правильного приема символа. Максимум этой вероятности при заданном виде модуляции В.А.Котельников назвал *потенциальной помехоустойчивостью*, а демодулятор, обеспечивающий этот максимум, — *идеальным приемником*. Из этого определения следует, что ни в одном реальном демодуляторе вероятность правильного приема символа не может быть больше, чем в идеальном приемнике.

На первый взгляд принцип оценки качества приема вероятностью правильного приема символа кажется вполне естественным и даже единственно возможным. Ниже будет показано, что это не всегда так и что существуют и другие критерии качества, применимые в тех или иных частных случаях.

### 3. ПРИЕМ СИГНАЛОВ КАК СТАТИСТИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА

Обычно способ передачи (способ кодирования и модуляции) задан и нужно определить помехоустойчивость, которую обеспечивают различные способы приема. Какой из возможных способов приема является оптимальным? Указанные вопросы являются предметом рассмотрения теории помехоустойчивости, основы, которой разработаны академиком В. А. Котельниковым.

*Помехоустойчивостью системы связи называется способность системы различать (восстанавливать) сигналы с заданной достоверностью.*

Задача определения помехоустойчивости всей системы в целом весьма сложная. Поэтому часто определяют помехоустойчивость отдельных звеньев системы: приемника при заданном способе передачи, системы кодирования или системы модуляции при заданном способе приема и т. д.

Предельно достижимая помехоустойчивость называется, по Котельникову, *потенциальной помехоустойчивостью*. Сравнение потенциальной и реальной помехоустойчивости устройства позволяет дать оценку качества реального устройства и найти еще неиспользованные резервы. Зная, например, потенциальную помехоустойчивость приемника, можно судить, насколько близка к ней реальная помехоустойчивость существующих способов приема и насколько целесообразно их дальнейшее усовершенствование при заданном способе передачи.

Сведения о потенциальной помехоустойчивости приемника при различных способах передачи позволяют сравнить эти способы передачи

между собой и указать, какие из них в этом отношении являются наиболее совершенными.

При отсутствии помех каждому принятому сигналу  $x$  соответствует вполне определенный сигнал  $s$ . При наличии помех это однозначное соответствие нарушается. Помеха, воздействуя на передаваемый сигнал, вносит неопределенность относительно того, какое из возможных сообщений было передано, и по принятому сигналу  $x$  только с некоторой вероятностью можно судить о том, что был передан тот или иной сигнал  $s$ . Эта неопределенность описывается *апостериорным* распределением вероятностей  $P(s/x)$ .

Если известны статистические свойства сигнала  $s$  и помехи  $w(t)$ , то можно создать приемник, который на основании анализа сигнала  $x$  будет находить апостериорное распределение  $P(s|x)$ . Затем по виду этого распределения принимается решение о том, какое из возможных сообщений было передано. Решение принимается оператором или самим приемником по правилу, которое определяется заданным критерием.

Задача состоит в том, чтобы воспроизвести передаваемое сообщение наилучшим образом в смысле выбранного критерия. Такой приемник называется *оптимальным*, а его помехоустойчивость будет максимальной при заданном способе передачи.

Несмотря на случайный характер сигналов  $x$ , в большинстве случаев имеется возможность выделить множество наиболее вероятных сигналов  $\{x_{ij}\}$ ,  $i=1,2\dots m$ , соответствующих передаче некоторого сигнала  $s_i$ . Вероятность того, что переданный сигнал принят правильно, равна  $P(x_i/s_i)$ , а вероятность того, что он принят ошибочно, равна  $1 - P(x_i | s_i) = \sum_{j \neq i} P(x_j | s_i)$ . Условная вероятность  $P(x_j | s_i)$  зависит от способа формирования сигнала, от помех, имеющих в канале, и от выбранной решающей схемы приемника. Полная вероятность ошибочного приема элемента сигнала, очевидно, будет равна:

$$P_0 = \sum_{i=1}^m P(s_i) [1 - P(x_i | s_i)],$$

где  $P(s_i)$  — априорные вероятности передаваемых сигналов.

#### 4. КРИТЕРИИ ОПТИМАЛЬНОГО ПРИЕМА СИГНАЛОВ

Для того чтобы определить, какая из решающих схем является оптимальной, необходимо прежде всего установить, в каком смысле понимается оптимальность. Выбор критерия оптимальности не является универсальным, он зависит от поставленной задачи и условий работы системы.

Пусть на вход приемника поступает сумма сигнала и помех  $x(t) = s_k(t) + w(t)$ , где  $s_k(t)$  — сигнал, которому соответствует кодовый символ  $a_k$ ,  $w(t)$  — аддитивная помеха с известным законом распределения. Сигнал  $s_k$  в месте приема является случайным с априорным распределением  $P(s_k)$ . На

основании анализа колебания  $x(t)$  приемник воспроизводит сигнал  $s_i$ . При наличии помех это воспроизведение не может быть совершенно точным. По принятой реализации сигнала приемник вычисляет апостериорное распределение  $P(s_i/x)$ , содержащее все сведения, которые можно извлечь из принятой реализации сигнала  $x(t)$ . Теперь необходимо установить критерий, по которому приемник будет выдавать на основе апостериорного распределения  $P(s_i/x)$  решение относительно переданного сигнала  $s_k$ .

При передаче дискретных сообщений широко используется критерий Котельникова (*критерий идеального наблюдателя*). Согласно этому критерию принимается решение, что передан сигнал  $s_i$ , для которого апостериорная вероятность  $P(s_i/x)$  имеет наибольшее значение, т. е. регистрируется сигнал  $s_i$  если выполняются неравенства

$$P(s_i/x) > P(s_j/x), \quad j \neq i \quad (1)$$

При использовании такого критерия полная вероятность ошибочного решения  $P_0$  будет минимальной. Действительно, если по сигналу  $x$  принимается решение о том, что был передан сигнал  $s_i$ , то, очевидно, вероятность правильного решения будет равна  $P(s_i/x)$ , а вероятность ошибки —  $1 - P(s_i/x)$ . Отсюда следует, что максимуму апостериорной вероятности  $P(s_i/x)$  соответствует минимум полной вероятности ошибки

$$P_0 = \sum_{i=1}^m P(s_i)[1 - P(x/s_i)],$$

где  $P(s_i)$ - априорные вероятности передаваемых сигналов.

На основании формулы Байеса [1,2]

$$P(s_i/x) = \frac{P(s_i) p(x/s_i)}{p(x)}.$$

Тогда неравенство (1) можно записать в другом виде

$$P(s_i) p(x/s_i) > P(s_j) p(x/s_j) \quad (2)$$

или

$$\frac{p(x/s_i)}{p(x/s_j)} > \frac{P(s_j)}{P(s_i)}. \quad (3)$$

Функцию  $p(x/s)$  часто называют *функцией правдоподобия*. Чем больше значение этой функции при данной реализации сигнала  $x$ , тем правдоподобнее, что передавался сигнал  $s$ . Отношение, входящее в неравенство (3),

$$\Lambda = \frac{p(x/s_i)}{p(x/s_j)} \quad (4)$$

называется *отношением правдоподобия*. Пользуясь этим понятием, правило решения (3), соответствующее критерию Котельникова, можно записать в виде

$$\Lambda > \frac{P(s_j)}{P(s_i)} \quad (5)$$

Если передаваемые сигналы равновероятны  $P(s_i) = P(s_j) = \frac{1}{m}$ , то это правило решения принимает более простой

$$\Lambda > 1 \quad (6)$$

Таким образом, критерий идеального наблюдателя сводится к сравнению отношений правдоподобия (5). Этот критерий является более общим и называется критерием максимального правдоподобия.

Рассмотрим бинарную систему, в которой передача сообщений осуществляется с помощью двух сигналов  $s_1(t)$  и  $s_2(t)$ , соответствующих двум кодовым символам  $a_1$  и  $a_2$ . Решение принимается по результату обработки принятого колебания  $x(t)$  пороговым методом: регистрируется  $s_1$ , если  $x < x_0$ , и  $s_2$ , если  $x \geq x_0$ , где  $x_0$  — некоторый пороговый уровень  $x$ . Здесь могут быть ошибки двух видов: воспроизводится  $s_1$ , когда передавался  $s_2$ , и  $s_2$ , когда передавался  $s_1$ . Условные вероятности этих ошибок (вероятности переходов) будут равны:

$$P_{12} = P(s_1 | s_2) = \int_{-\infty}^{x_0} p(x | s_2) dx, \quad (7)$$

$$P_{21} = P(s_2 | s_1) = \int_{x_0}^{\infty} p(x | s_1) dx \quad (8)$$

Значения этих интегралов могут быть вычислены как соответствующие площади, ограниченные графиком плотностей условного распределения вероятностей (Рис.2). Вероятности ошибок первого и второго вида соответственно:

$$P_I = P(s_2)P(s_1 | s_2) = P_2 P_{12},$$

$$P_{II} = P(s_1)P(s_2 | s_1) = P_1 P_{21}.$$

Полная вероятность ошибки при этом

$$P_0 = P_I + P_{II} = P_2 P_{12} + P_1 P_{21}.$$

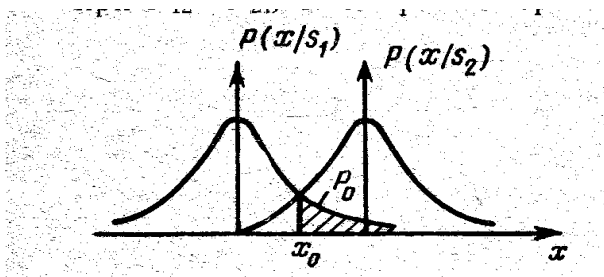


Рис.2 График плотности условного распределения вероятностей при передаче сигналов  $s_1$  и  $s_2$

Пусть  $P_1 = P_2$ , тогда

$$P_0 = \frac{1}{2}(P_{12} + P_{21}).$$

Нетрудно убедиться, что в этом случае минимум  $P_0$  имеет место при  $P_{12} = P_{21}$ , т. е., при выборе порога в соответствии с Рис.2. Для такого порога  $P_0 = P_{12} = P_{21}$ . На Рис.2. значение  $P_0$  определяется заштрихованной площадью.

При любом другом значении порога величина  $P_0$  будет больше.

Несмотря на естественность и простоту, критерий Котельникова имеет недостатки. Первый заключается в том, что для построения решающей схемы, как это следует из соотношения (2), необходимо знать априорные вероятности передачи различных символов кода. Вторым недостатком этого критерия является то, что все ошибки считаются одинаково нежелательными (имеют одинаковый вес). В некоторых случаях такое допущение не является правильным. Например, при передаче чисел ошибка в первых значащих цифрах более опасна, чем ошибка в последних цифрах. Пропуск команды или ложная тревога в различных системах оповещения могут иметь различные последствия.



Следовательно, в общем случае при выборе критерия оптимального приема необходимо учитывать те потери, которые несет получатель сообщения при различных видах ошибок. Эти потери можно выразить некоторыми весовыми коэффициентами, приписываемыми каждому из ошибочных решений. Оптимальной решающей схемой будет такая, которая обеспечивает *минимум среднего риска*. Критерий минимального риска относится к классу так называемых байесовых критериев.

В радиолокации широко используется критерий Неймана—Пирсона. При выборе этого критерия учитывается, во-первых, что ложная тревога и пропуск цели не являются равноценными по своим последствиям, и, во-вторых, что неизвестна априорная вероятность передаваемого сигнала.

## 5. ОПТИМАЛЬНЫЙ ПРИЕМ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ

Источник дискретных сообщений характеризуется совокупностью возможных элементов сообщения  $u_1, u_2, \dots, u_m$  вероятностями появления этих элементов на выходе источника  $P(u_1), P(u_2), \dots, P(u_m)$ . В передающем устройстве сообщение преобразовывается в сигнал таким образом, что каждому элементу сообщения соответствует определенный сигнал. Обозначим эти сигналы через  $s_1, s_2, \dots, s_m$  а их вероятности появления на выходе передатчиков (априорные вероятности) соответственно через  $P(s_1), P(s_2), \dots, P(s_m)$ . Очевидно, априорные вероятности сигналов  $P(s_i)$  равны априорным вероятностям  $P(u_i)$  соответствующих сообщений  $P(s_i) = P(u_i)$ . В процессе передачи на сигнал накладывается помеха. Пусть эта помеха имеет равномерный спектр мощности с интенсивностью  $\frac{1}{2}N_0$ .

Тогда сигнал на входе можно представить как сумму переданного сигнала  $s_i(t)$  и помехи  $w(t)$ :

$$x(t) = s_i(t) + w(t), \quad (i=1, 2, \dots, m).$$

В случае, когда априорные вероятности сигналов одинаковы  $P(s_1) = P(s_2) = \dots = P(s_m) = \frac{1}{m}$ , критерий Котельникова принимает вид [1,2]:

$$\int_0^T [x(t) - s_i(t)]^2 dt < \int_0^T [x(t) - s_j(t)]^2 dt, \quad j \neq i \quad (9)$$

Отсюда следует, что при равновероятных сигналах оптимальный приемник воспроизводит сообщение, соответствующее тому переданному сигналу, который имеет наименьшее среднеквадратичное отклонение от принятого сигнала.

Неравенство (9) можно записать в другом виде, раскрыв скобки:

$$\int_0^T x^2(t) dt + \int_0^T s_i^2(t) dt - 2 \int_0^T x(t) s_i(t) dt < \int_0^T x^2(t) dt + \int_0^T s_j^2(t) dt - 2 \int_0^T x(t) s_j(t) dt$$

Для сигналов, энергии которых одинаковы, это неравенство для всех  $i \neq j$  принимает более простую форму:

$$\int_0^T x(t)s_i(t)dt > \int_0^T x(t)s_j(t)dt. \quad (10)$$

В этом случае условие оптимального приема можно сформулировать следующим образом. Если все возможные сигналы равновероятны и имеют одинаковую энергию, оптимальный приемник воспроизводит сообщение, соответствующее тому переданному сигналу, взаимная корреляция которого с принятым сигналом максимальна.

Таким образом, при  $E_2=E_1$  приемник Котельникова, реализующий условия работы (10), является корреляционным (когерентным) (Рис.3).

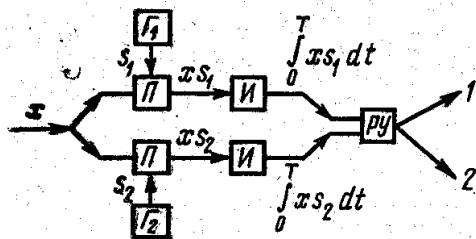


Рис. 3. Корреляционный приемник

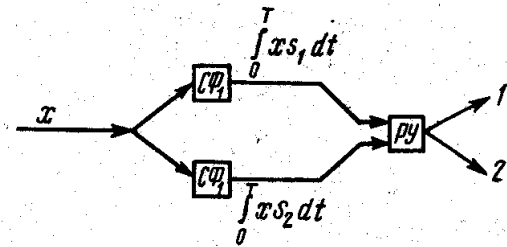


Рис.4. Приемник с согласованными фильтрами.

Оптимальный прием можно также реализовать в схеме с согласованными линейными фильтрами (Рис. 5), импульсные реакции которых должны быть [3,4]

$$g_i = c s_i(T - t),$$

где  $c$  — постоянный коэффициент.

Рассмотренные схемы оптимальных приемников относятся к типу *когерентных*, в них учитывается не только амплитуда, но и фаза высокочастотного сигнала. Заметим, что в схемах оптимальных приемников отсутствуют фильтры на входе, которые в реальных приемниках всегда имеются. Это означает, что оптимальный приемник при флуктуационных помехах не требует фильтрации на входе. Его помехоустойчивость, как мы увидим дальше, не зависит от ширины полосы пропускания приемника.

## 6. ВЕРОЯТНОСТЬ ОШИБКИ ПРИ КОГЕРЕНТНОМ ПРИЕМЕ ДВОИЧНЫХ СИГНАЛОВ

Определим вероятность ошибки в системе передачи двоичных сигналов при приеме на оптимальный приемник. Эта вероятность, очевидно, будет минимально возможной и будет характеризовать потенциальную, помехоустойчивость при данном способе передачи.

Если передаваемые сигналы  $s_1$  и  $s_2$  равновероятны  $P_1=P_2=0,5$ , то полная вероятность ошибки  $P_0$  при оптимальном приеме бинарных сигналов  $s_1(t)$  и  $s_2(t)$  будет равна [1,2]:

$$P_0 = \frac{1}{2} [1 - \Phi(\alpha)], \quad (11)$$

где  $\Phi(\alpha) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\alpha e^{-\frac{t^2}{2}} dt$  - интеграл вероятности,  $\alpha = \frac{1}{2N_0} \int_0^T [s_1(t) - s_2(t)]^2 dt$ .

Из приведенной формулы следует, что вероятность ошибки  $P_0$ , определяющая потенциальную помехоустойчивость, зависит от величины  $\alpha$  - отношения удельной энергии разности сигналов к интенсивности помехи  $N_0$ . Чем больше это отношение, тем больше потенциальная помехоустойчивость.

Таким образом, при равновероятных сигналах вероятность ошибки полностью определяется величиной  $\alpha$ . Значение этой величины зависит от спектральной плотности помех  $N_0$  и передаваемых сигналов  $s_1(t)$  и  $s_2(t)$ .

Для систем с активной паузой, в которых сигналы имеют одинаковую энергию  $T \overline{s_1^2(t)} = T \overline{s_2^2(t)} = E$ , выражение для  $\alpha^2$  можно представить в следующем виде [1,2]:

$$\alpha^2 = \frac{E(1 - \rho_{12})}{N_0} = q_0(1 - \rho_{12}),$$

где  $\rho_{12} = \frac{1}{E} \int_0^T s_1(t)s_2(t)dt$  — коэффициент взаимной корреляции между сигналами,  $q_0 = \frac{E}{N_0}$  — отношение энергии сигнала к удельной мощности помехи.

Вероятность ошибки для таких систем определяется формулой [1,2]

$$P_0 = \frac{1}{2} [1 - \Phi(\sqrt{q_0(1 - \rho_{12})})]. \quad (12)$$

Отсюда следует, что при  $\rho_{12} = -1$ , т. е.  $s_1(t) = -s_2(t)$ , система обеспечивает наибольшую потенциальную помехоустойчивость. Эта система с противоположными сигналами. Для нее  $\alpha^2 = 2q_0$ . Практической реализацией системы с противоположными сигналами является система с фазовой манипуляцией.

Сравнение различных систем передачи дискретных сообщений удобно производить по параметру  $\alpha^2$ , представляющему собой приведенное

отношение сигнала к помехе на выходе оптимального приемника при заданном способе передачи  $\alpha^2 = q_{\text{вых}} = q_0(1 - \rho_{12})$ .

В общем виде радиотелеграфный сигнал можно записать

$$s_i(t) = A_i(t) \cos(\omega_i t + \varphi_i), \quad 0 < t < \tau_0, \quad i=1,2,$$

- где параметры колебания  $A_i$ ,  $\omega_i$ ,  $\varphi_i$ , принимают определенные значения в зависимости от вида манипуляции.

*Для амплитудной манипуляции*  $A_1(t) = A_0$ ,  $A_2(t) = 0$ ,  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$

$$\alpha_{AM}^2 = \frac{A_0^2 \tau_0}{4 N_0} = \frac{1}{2} q_0.$$

*Для частотной манипуляции*  $A_1(t) = A_2(t) = A_0$ ,  $\omega_1 \neq \omega_2$ . При оптимальном выборе разноса частот  $(\omega_1 - \omega_2) 2\pi = \frac{k}{\tau_0}$ , где  $k$  — целое число и  $\varphi_1 = \varphi_2$ , получаем

$$\alpha_{чм}^2 = q_0$$

*Для фазовой манипуляции*  $A_1(t) = A_2(t) = A_0$ ,  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0$ ,  $\varphi_1 - \varphi_2 = \pi$

$$\alpha_{фм}^2 = 2q_0.$$

Сравнение полученных формул показывает, что из всех систем передачи бинарных сигналов наибольшую потенциальную помехоустойчивость обеспечивает система с фазовой манипуляцией. По сравнению с ЧМ она позволяет получить двухкратный, а по сравнению с АМ — четырехкратный выигрыш по мощности.

В системах связи сигнал обычно составляется из последовательности простых сигналов. Так, в телеграфии каждой букве соответствует кодовая комбинация, состоящая из пяти элементарных посылок. Возможны и более сложные комбинации. Если элементарные сигналы, составляющие кодовую комбинацию, независимы, то вероятность ошибочного приема кодовой комбинации определяется следующей формулой:

$$P_{ок} = 1 - (1 - P_0)^n,$$

где  $P_0$  — вероятность ошибки элементарного сигнала,  $n$  — число элементарных сигналов в кодовой комбинации (значность кода).

Следует заметить, что вероятность ошибки в рассмотренных выше случаях полностью определяется отношением энергии сигнала к спектральной плотности помехи и не зависит от формы сигнала. В общем случае, когда спектр помехи отличается от равномерного, вероятность ошибки можно уменьшить, изменяя спектр сигнала, т. е. его форму.

## КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Каково назначение демодулятора в цифровой системе связи? В чем его основное отличие от демодулятора аналоговой системы?
2. Что такое скалярное произведение сигналов? Как оно используется в алгоритме работы демодулятора?
3. Можно ли в оптимальном демодуляторе применять согласованные фильтры?
4. Что такое "критерий идеального наблюдателя"?
5. Что такое "правило максимума правдоподобия"?
6. Как выбирается порог решающего устройства? Что будет, если его изменить?
7. Каков алгоритм принятия решения в РУ?
8. Объясните назначение каждого блока демодулятора.
9. Как можно рассчитать  $P_{\text{ош}}$  теоретически и измерить экспериментально?
10. Алгоритм оптимального демодулятора и его функциональная схема для АМ.
11. Алгоритм оптимального демодулятора и его функциональная схема для ЧМ.
12. Объясните разницу в помехоустойчивости систем связи с разными видами модуляции.
13. Объяснить осциллограммы, полученные в разных контрольных точках демодулятора (для одного из видов модуляции).

## 7. КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ИССЛЕДУЕМЫХ ЦЕПЕЙ И СИГНАЛОВ

В работе используется универсальный стенд со сменным блоком "МОДУЛЯТОР - ДЕМОДУЛЯТОР", функциональная схема которого приведена на рис.5.

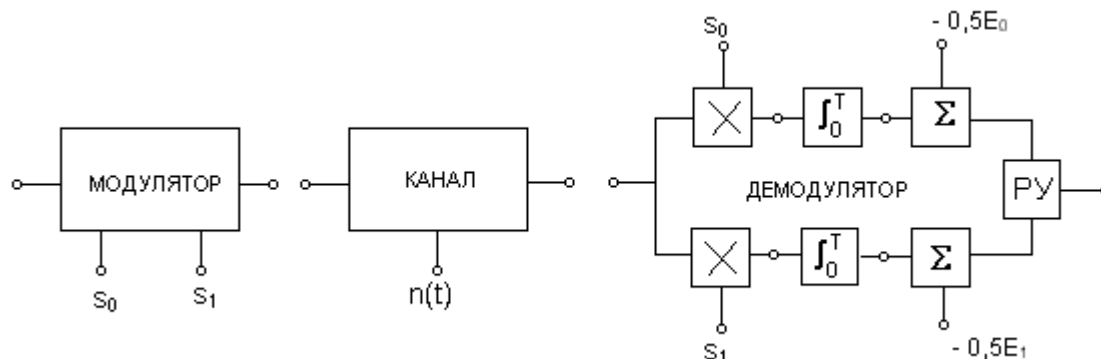


Рис. 5. Функциональная схема сменного блока "модулятор - демодулятор"

Источником цифрового сигнала является КОДЕР-1, который выдает периодическую последовательность из пяти символов. С помощью тумблеров можно установить любую пятиэлементную кодовую комбинацию, которая индицируется линейкой из пяти светодиодных индикаторов с надписью "ПЕРЕДАНО". В блоке МОДУЛЯТОР происходит модуляция (манипуляция) двоичными символами "высокочастотных" колебаний по амплитуде, частоте или фазе, в зависимости от положения переключателя "ВИД МОДУЛЯЦИИ" - АМ, ЧМ, ФМ или ОФМ. При "нулевом" положении переключателя выход модулятора соединен с его входом (модуляция отсутствует).

КАНАЛ связи представляет собой сумматор сигнала с выхода модулятора и шума, генератор которого (ГШ) расположен в блоке ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ. Внутренний генератор квазибелого шума, имитирующий шум канала связи, работает в той же полосе частот, в которой расположены спектры модулированных сигналов (12÷28 кГц).

ДЕМОДУЛЯТОР выполнен по когерентной схеме с двумя ветвями; коммутация видов модуляции - общая с модулятором. Поэтому эталонные сигналы  $s_0$  и  $s_1$  и пороговые напряжения в контрольных точках стенда изменяются автоматически при смене вида модуляции.

Знаками (X) на функциональной схеме обозначены аналоговые множители сигналов, выполненные на специализированных ИМС. Блоки интеграторов выполнены на операционных усилителях. Электронные ключи (на схеме не показаны) разряжают конденсаторы интеграторов перед началом каждого символа.

Сумматоры ( $\Sigma$ ) предназначены для введения пороговых значений напряжений, зависящих от энергии эталонных сигналов  $s_1$  и  $s_0$ .

Блок "РУ" - решающее устройство - представляет собой компаратор, то есть устройство, сравнивающее напряжения на выходах сумматоров. Само "решение", т.е. сигнал "0" или "1" подается на выход демодулятора в момент перед окончанием каждого символа и сохраняется до принятия следующего "решения". Моменты принятия "решения" и последующего разряда конденсаторов в интеграторах задаются специальной логической схемой, управляющей электронными коммутаторами.

Для демодуляции сигналов с ОФМ к схеме демодулятора ФМ добавляются блоки (на схеме не показаны), которые сравнивают предыдущее и последующее решения демодулятора ФМ, что позволяет сделать заключение о скачке фазы (или его отсутствии) в принимаемом символе. При наличии такого скачка на выход демодулятора подается сигнал "1", в противном случае - "0". В сменном блоке предусмотрен тумблер, переключающий начальную фазу ( $\varphi$ ) опорного колебания (0 или  $\pi$ ) – только для ФМ и ОФМ. Для нормальной работы демодулятора тумблер должен быть в нулевом положении.

При амплитудной манипуляции предусмотрена возможность ручной установки порога с целью изучения его влияния на вероятность ошибки в приеме символа. Оценка вероятности ошибки производится в ПК путем подсчета числа ошибок за определенное время анализа. Сами сигналы ошибки (в символе или «букве») формируются в специальном блоке стенда («КОНТРОЛЬ ОШИБОК»), расположенном ниже блока ЦАП. Для визуального контроля ошибок в стенде имеются светодиодные индикаторы.

В качестве измерительных приборов используются двухканальный осциллограф, встроенный вольтметр и ПК, работающий в режиме подсчета ошибок.

## 8.МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

### 1.Работа демодулятора в условиях отсутствия помех.

1.1 Соберите схему измерений согласно рис.6.Тумблерами КОДЕРА - 1 наберите любую двоичную комбинацию из 5 элементов. Ручку регулятора "ПОРОГ АМ" установить в крайнее левое положение. При этом регулятор выключен и порог устанавливается автоматически при смене вида модуляции. Тумблер фазировки опорного колебания ДЕМОДУЛЯТОРА установить в положение "0". Соединить выход генератора шума (ГШ) в блоке ИСТОЧНИКИ СИГНАЛОВ со входом  $n(t)$  КАНАЛА связи. Потенциометр выхода генератора шума - в крайнем левом положении (напряжение шума отсутствует). Вход внешней синхронизации осциллографа соединить с гнездом С2 в блоке ИСТОЧНИКИ, а усилители вертикального отклонения лучей перевести в режим с открытым входом (для пропускания постоянных составляющих исследуемых процессов).

1.2. Кнопкой переключения видов модуляции установить вариант "0", соответствующий сигналу на входе МОДУЛЯТОРА. Сняв осциллограмму этого сигнала и, не меняя режим развёртки осциллографа, выбрать один из видов модуляции (АМ). Зарисовать осциллограммы в контрольных точках демодулятора:

- на входе демодулятора;
- на выходах перемножителей (в одном масштабе по вертикальной оси);
- на выходах интеграторов (также в одном масштабе);
- на выходе демодулятора.

На всех полученных осциллограммах отметить положение оси времени (т.е. положение нулевого уровня сигнала). Для этого можно зафиксировать положение линии развёртки при замыкании входных зажимов осциллографа.

1.3. Повторить п.1.2 для другого вида манипуляции (ЧМ).

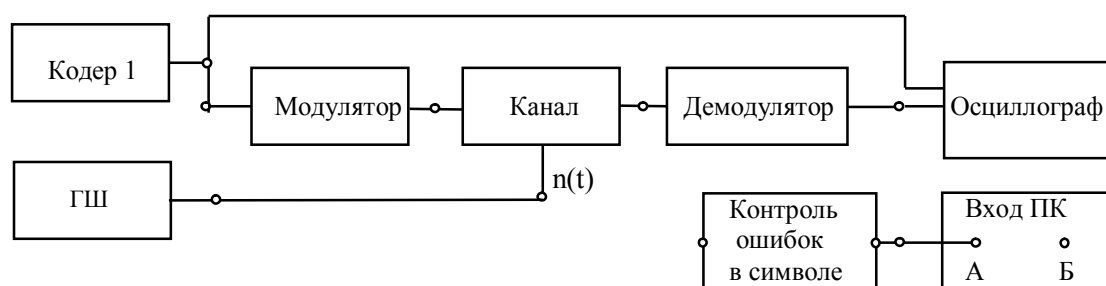


Рис. 6. Функциональная схема измерений

## 2. Работа демодулятора в условиях помех.

2.1. Переключателем ВИД МОДУЛЯЦИИ установить ФМ. Подключить один из входов двухлучевого осциллографа ко входу модулятора, а второй - к выходу демодулятора. Получите неподвижные осциллограммы этих сигналов.

2.2. Плавно увеличивая уровень шума (потенциометром ГШ) добиться появления редких «сбоев» на выходной осциллограмме или на входном табло ПРИНЯТО.

2.3. С помощью осциллографа измерить установленное отношение сигнал/шум. Для этого, последовательно отключая источник шума, измерить на входе демодулятора размах сигнала (в делениях на экране) -  $2a$  - (т. е. двойная амплитуда сигнала), а отключая источник сигнала от входа канала и восстановив шумовой сигнал - измерить размах шума (также в делениях) -  $6\sigma$ . Найденное отношение  $a/\sigma$  внести в таблицу 1.

2.4. Переключателем «Вид модуляции» устанавливать последовательно АМ, ЧМ, и ФМ, наблюдая по вспышкам светодиода "ОШИБКА" или по осциллограмме выходного сигнала демодулятора частоту появления ошибок. Результаты наблюдений внести в отчет.



2.5. Не изменяя уровень шума в канале, измерить вероятность ошибки демодулятора в приёме символа за конечное время анализа (т.е. оценку вероятности ошибки). Для этого привести ПК в режим измерения вероятности ошибки (см. ПРИЛОЖЕНИЕ) и установить время анализа  $10 \div 30$  с. Начиная с ФМ, (а затем – ЧМ и АМ) определить число ошибок за время анализа и оценку вероятности ошибки. Полученные данные внести в табл.1.

Табл.1.

Время анализа - ...с			а/σ
Вид модуляции	ФМ	ЧМ	АМ
Число ошибок			
Оценка вероятности ошибки			

### 3. Зависимость вероятности ошибки от порогового напряжения в демодуляторе при АМ.

3.1. Переключателем ВИД МОДУЛЯЦИИ установить АМ. Потенциометр выхода генератора шума установить на минимум. С помощью осциллографа, подключенного к выходу нижнего интегратора, измерить размах пилообразного напряжения по вертикали в вольтах -  $U_{\max}$ .

3.2. Заготовить таблицу 2, предусмотреть в ней не менее 5 значений порога  $U_{\text{пор}}$ .

Табл.2 Оценка вероятности ошибки в зависимости от порога (для АМ)

Время анализа - ...с							
$U_{\text{пор}}$	0			$U_{\max} / 2$			$U_{\max}$
Число ошибок							
$P_{\text{ош}}$							

3.3. Потенциометром «ПОРОГ АМ» установить значение порога  $U_{\max} / 2$  (измеряя напряжение « $E_1/2$ » в контрольной точке демодулятора с помощью вольтметра постоянного напряжения). Увеличить уровень шума в канале до появления редких сбоев. Не меняя уровень шума, измерить оценку

вероятности ошибки для этого порога ( $U_{\max}/2$ ), а затем и для всех остальных значений  $U_{\text{пор}}$ . Построить график зависимости  $P_{\text{ош}} = \varphi(U_{\text{пор}})$ .

### ЛАБОРАТОРНОЕ ЗАДАНИЕ

1. Наблюдайте осциллограммы сигналов в различных точках схемы демодулятора при отсутствии шума в канале.
2. Наблюдайте появление ошибок в работе демодулятора при наличии шума в канале. Оцените вероятность ошибки для АМ и ЧМ при фиксированном значении отношения сигнал/шум.
3. Получите зависимость вероятности ошибок при АМ от порогового напряжения.

### ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

1. Изучите основные разделы темы по конспекту лекций и литературе:  
[1] с. 159÷174, 181÷191; [2] с. 165÷192, [3] с.4-58.

### СОДЕРЖАНИЕ ОТЧЁТА

**Отчёт должен содержать:**

1. Функциональную схему измерений.
2. Осциллограммы, таблицы и графики по всем пунктам измерений.
3. Объяснение полученных результатов.
4. Выводы по пунктам 2.4 и 3.3.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Зюко А.Г., Кловский Д.Д., Назаров М.В., Финк Л.М. Теория передачи сигналов. М.: Радио и связь, 1986.
2. Зюко А.Г., Кловский Д.Д., Коржик В.И., Назаров М.В. Теория электрической связи. М.: Радио и связь, 1998.
3. Кривошеев В.И. Синтез оптимальных приемных устройств радиосигналов на фоне помех. Нижний Новгород. Издательство Нижегородского госуниверситета. 2009.
4. Баскаков С.И. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Высшая школа, 1985.
5. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. М.: Советское радио, 1977.

## СОДЕРЖАНИЕ

1.Кодирование и модуляция.....	3
2.Демодуляция и декодирование.....	4
3.Приём сигналов как статистическая задача.....	5
4.Критерии оптимального приёма.....	6
5.Оптимальный приём дискретных сигналов.....	9
6.Вероятность ошибки при когерентном приёме.....	11
7.Контрольные вопросы.....	13
8.Краткая характеристика исследуемых цепей и сигналов.....	14
9.Методические указания.....	15
10.Лабораторные задания.....	18
11.Домашнее задание.....	18
12.Содержание отчёта.....	18
13.Литература.....	18

# **ИССЛЕДОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ КОГЕРЕНТНЫХ ДЕМОДУЛЯТОРОВ АМ И ЧМ СИГНАЛОВ**

Составитель: Клюев Виктор Федорович

## **Практикум**

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский  
государственный университет им.Н.И.Лобачевского»  
603950, Нижний Новгород, пр.Гагарина, 23.