

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского
Национальный исследовательский университет

С.Н. Власов
Е.В. Копосова
А.И. Малеханов

ДИФРАКЦИЯ ВОЛН НА ГОФРИРОВАННОЙ ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА СРЕД

Практикум

Рекомендовано методической комиссией радиофизического факультета
для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки
03.03.03 «Радиофизика», 02.03.02 «Фундаментальная информатика
и информационные технологии» и специальности 10.05.02
«Информационная безопасность телекоммуникационных систем»

Нижний Новгород
2015

УДК 537.86
ББК 22.336
В58

В58 Власов С.Н., Копосова Е.В., Малеханов А.И. ДИФРАКЦИЯ ВОЛН НА ГОФРИРОВАННОЙ ГРАНИЦЕ РАЗДЕЛА СРЕД: Практикум. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2015. – 27 с.

Рецензент: к.ф.-м.н., доцент **В.А. Яшнов**

Целью практикума является ознакомление студентов с явлением дифракции электромагнитных волн на гофрированной границе раздела сред. В качестве примеров рассмотрены границы раздела диэлектрик – металл и двух диэлектриков. В пособии кратко изложены основы теории дифракции плоской волны на гофрированной границе, необходимые для проведения численных расчетов и интерпретации их результатов. Дано описание оригинальной компьютерной программы, с помощью которой выполняются численные эксперименты для изучения дифракционных эффектов.

Работа предназначена для студентов радиофизического факультета ННГУ в качестве пособия при подготовке и проведении лабораторных работ по курсу «Электродинамика».

Ответственные за выпуск:

председатель методической комиссии радиофизического факультета ННГУ,
к.ф.-м.н., доцент **Н.Д. Миловский**
зам. председателя методической комиссии радиофизического факультета ННГУ,
д.ф.-м.н., профессор **Е.З. Грибова**

УДК 537.86
ББК 22.336

© Нижегородский государственный
университет им. Н.И. Лобачевского, 2015

Содержание

	стр.
Введение	5
1. Основы теории дифракции волн на гофрированной границе раздела двух сред	6
2. Особенности численного анализа дифракции на гофрированных структурах	13
3. Описание программы	14
4. Порядок выполнения работы	22
5. Задание для выполнения работы	23
6. Контрольные вопросы	23
Литература	23
Приложение. Уравнения теории дифракции плоской волны на гофрированной границе раздела	24

Введение

Из курсов общей физики и электродинамики студентам хорошо известно, что суть явления дифракции волн при их распространении в неоднородной среде (содержащей различные «препятствия» – рассеивающие объекты) заключается в любых отклонениях траектории распространения волны от прямолинейной, следующей из построений геометрической оптики, и которая не может быть объяснена как результат отражения, преломления или рефракции. В результате картина волнового поля с удалением от некоторого объекта, на котором происходит рассеяние волны («огибание» волной объекта), становится заметно отличной от той, которая может быть получена на основании простых геометрических (лучевых) построений.

Такого рода отклонения были известны и наблюдались уже давно, упоминания о них появились еще в работах Леонардо да Винчи (XV в.). Корпускулярная теория, которая долго время считалась наиболее правильной для описания того, что есть свет и как он распространяется в материальной среде, не могла объяснить дифракцию, что и привело со временем к ее коренному пересмотру. В начале XIX в. Т. Юнг и затем О. Френель исследовали и интерпретировали дифракцию в рамках волновой теории, опираясь на фундаментальное волновое явление интерференции. Наиболее значительно продвинулся на этом пути Френель, предложивший интегральный метод описания дифракции как результат интерференции фиктивных вторичных источников, распределенных непрерывно по всей не закрытой препятствием поверхности фронта падающей волны (принцип Гюйгенса – Френеля, зоны Френеля, параметр Френеля). Но только еще полвека спустя Г. Кирхгоф (1883 г.) придал этим исследованиям строгое математическое обоснование и на этой основе разработал (хотя и физически приближенный) метод исследования дифракционных задач, названный позднее его именем.

Несмотря на столь продолжительную историю изучения дифракционных явлений, эти исследования не закончились и до настоящего времени в связи с широким кругом практических задач волновой физики, где необходимо учитывать дифракционные явления и, более того, где они являются ключевыми. Такие задачи возникают и в оптике, и в физике микроволн, и в акустике, т.е. они характерны для волн различной природы и самых разных частотных диапазонов.

Значительная часть таких задач связана с дифракцией волн на гофрированной поверхности раздела двух сред. Интуитивно ясно, что наличие гофрировки с некоторым пространственным периодом должно приводить к интересным физическим эффектам, поскольку падающая на такую границу раздела плоская волна, обладающая собственным пространственным периодом на этой же границе (зависящим при этом от угла падения), должна каким-то образом «чувствовать» отличие границы от плоской и в соответствии с этим должна формироваться специфическая картина волнового поля по обе стороны от границы раздела.

Целью настоящей работы является ознакомление студентов с явлением дифракции электромагнитных волн на периодической гофрированной границе раздела материальных сред. Это физическое явление служит основой для работы различных приборов: дифракционных решеток и разнообразных волновых фильтров, применяемых в широком диапазоне – от оптического и инфракрасного до сантиметрового. Такие приборы известны и активно используются уже достаточно давно, однако, теоретический анализ их работы проводился, как правило, приближенно. В последнее время для расчета дифракции на гофрированных структурах широко используется вычислительная техника, которая позволяет проводить детальный анализ этого явления и делать точный количественный прогноз картины волнового поля в широкой области параметров задачи. В свою очередь, подобные численные эксперименты необходимы для корректного проектирования соответствующих приборов и устройств. В данной работе студентам предлагается выполнить такие численные эксперименты и исследовать характерные особенности дифракции плоской волны на гофрированной границе.

В данном пособии кратко излагаются основы теории дифракции электромагнитных волн на гофрированной границе раздела двух сред, понимание которых необходимо для проведения численных расчетов и анализа получаемых результатов (раздел 1). Особое внимание при этом уделяется возможностям управления режимами дифракции путем изменения параметров задачи (угла падения, периода гофрировки) и интересным физическим эффектам, таким например, как автоколлимационный режим дифракции (отражение волны точно навстречу падающей при ее наклонном падении). Далее (разделы 2,3) изложены особенности численного моделирования задачи дифракции и дано подробное описание компьютерной программы, позволяющей получить картины распределения волнового поля по обе стороны от границы раздела. Затем даны инструкции по выполнению работы на персональном компьютере (работа делается студентами самостоятельно после знакомства с основами теории) и сформулировано задание (разделы 4,5). Дополнительные сведения из теории представлены в Приложении.

1. Основы теории дифракции волн на гофрированной границе раздела двух сред

Теоретическое изучение основано на численном решении уравнений электромагнитного поля для гармонических процессов с зависимостью от времени $\sim \exp(i\omega t)$, где ω – круговая частота.

Рассмотрим гофрированную границу раздела двух диэлектриков (рис. 1) с некоторыми произвольными значениями диэлектрической проницаемости ε и ε_0 (допустим, $\varepsilon > \varepsilon_0$). Саму границу будем характеризовать пространственным периодом d и высотой гофрировки $2A$, и описывать ее следующей формулой:

$$A(x) = A_0 \sin \frac{2\pi}{d} x \quad (1)$$

Ограничимся исследованием двумерного случая, в котором отсутствует зависимость полей от поперечной (к плоскости рисунка) координаты Z . В этих условиях можно по отдельности рассмотреть рассеяние ТЕ-волн, у которых вектор электрического поля параллелен гофру и перпендикулярен плоскости падения, и ТМ-волн, у которых вектор электрического поля, напротив, перпендикулярен гофру и лежит в плоскости падения. Для описания ТЕ-волн удобно использовать E_z -компоненту электрического поля вдоль направляющей гофра, а для описания ТМ-волн – H_z -компоненту магнитного поля. В каждой из задач (для волн ТЕ или ТМ типов) эти компоненты обозначим через комплексную величину Ψ .

Допустим, что более плотной (верхней) среды на границу раздела под некоторым углом θ падает плоская волна (верхний индекс “ i ” (*incident*) относится к падающей волне):

$$\Psi^i(x, y) = e^0 \exp(ik\sqrt{\varepsilon} \sin \theta x - ik\sqrt{\varepsilon} \cos \theta y) = \exp(ik_{ox}x - ik_{oy}y) \quad (2)$$

где $k = \frac{\omega}{c}$ – волновое число, c – скорость света в вакууме, e^0 – амплитуда, которую в дальнейшем будем считать равной единице.

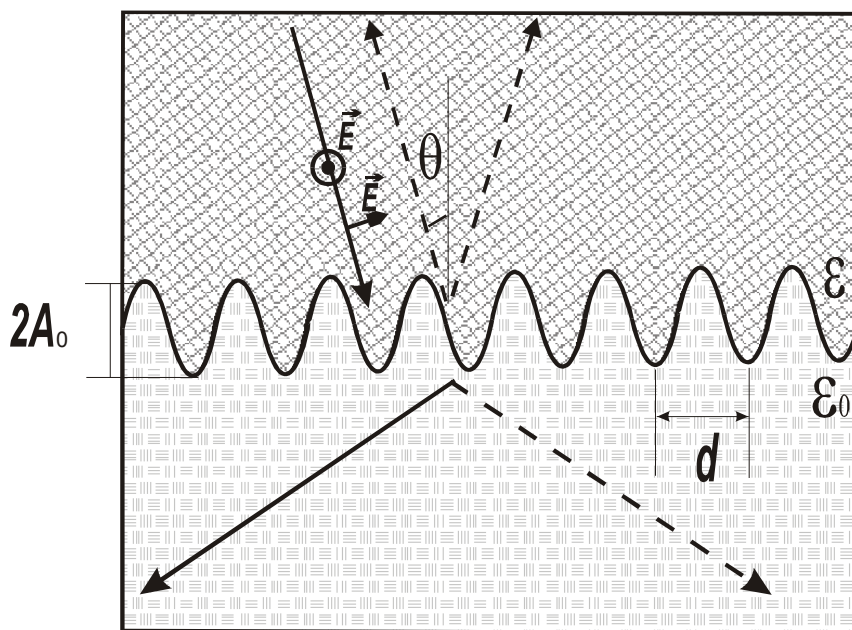


Рис.1. Рассеяние волны на периодической гофрированной поверхности

Суммарное поле Ψ_Σ в задачах дифракции представляет собой результат суперпозиции поля падающей волны $\Psi^i(x, y)$ и поля рассеянных (дифрагированных) волн Ψ_d :

$$\Psi_\Sigma = \Psi^i(x, y) + \Psi_d. \quad (3)$$

Дифрагированное поле Ψ_d вне канавок гофрировки представим в виде суперпозиции плоских волн – дифракционных гармоник (в верхнем и нижнем полупространствах соответственно):

$$\Psi_d = \Psi(x, y) = \sum_m R_m \exp(ik_{mx}x - ik_{my}y), \text{ при } y > \max A(x), \quad (4a)$$

$$\Psi_d = \Psi^0(x, y) = \sum_m T_m \exp(ik_{mx}x - ik_{my}^0 y), \text{ при } y < \min A(x), \quad (4б)$$

где комплексные коэффициенты R_m и T_m есть амплитуды гармоник в верхнем и в нижнем полупространствах и определяются из интегрального уравнения, вывод которого дан в Приложении.

Величины горизонтальных x -компонент k_{mx} волновых векторов дифракционных гармоник определяются из следующего условия синхронизма проекции волнового вектора падающей волны и волнового вектора периодической гофры:

$$k_{xm} = k\sqrt{\varepsilon} \sin \theta + \frac{2\pi}{d}m, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (5)$$

Из этого уравнения видно, что в зависимости от величины угла падения и периода гофры условие синхронизма может быть выполнено сразу для нескольких целочисленных значений индекса m , т.е. могут возникать многочисленные гармоники дифрагирующего поля, называемые также *порядками дифракции* (как и в дифракционных решетках). Очевидно, с увеличением периода гофры (при фиксированном угле падения) общее число таких гармоник становится только больше, поскольку прямо пропорционально безразмерному параметру:

$$\kappa = \frac{d\sqrt{\varepsilon}}{\lambda}.$$

Величины y -компонент k_{ym} и k_{ym}^0 определяются из того условия, что рассеянное поле должно удовлетворять уравнениям электромагнитного поля и, соответственно:

$$k_{ym} = \sqrt{k^2 \varepsilon - k_{xm}^2}, \quad k_{ym}^0 = \sqrt{k^2 \varepsilon_0 - k_{xm}^2} \quad (6)$$

Отсюда видно, что если $k\sqrt{\varepsilon} > k_{xm}$ (для волн в верхнем полупространстве), то k_{ym} – величина действительная, и данная гармоника является распространяющейся от границы раздела (такие гармоники называются *пространственными*); в противном случае k_{ym} – величина мнимая, и данная гармоника экспоненциально убывает при удалении от границы (является *поверхностной*). Аналогичные представления справедливы и для волн в нижнем полупространстве. Важно, что число пространственных гармоник (порядков дифракции) с действительными значениями k_{ym} и k_{ym}^0 ограничено.

Исходя из такого рассмотрения, можно задаться вопросом о распределении потока энергии падающей волны по дифракционным гармоникам, которое естественно определить через отношения интенсивностей гармоник к интенсивности падающей волны. С учетом сделанной выше нормировки величины последней, эти коэффициенты P_m и P_m^0 для верхней и нижней сред соответственно могут быть записаны в виде:

$$P_m = |R_m|^2 \frac{k_{my}}{k_{0y}}, \quad P_m^0 = |T_m|^2 \frac{k_{my}^0}{k_{0y}} \rho, \quad (7)$$

где коэффициент $\rho = 1$ для ТЕ-волн и $\rho = \varepsilon_0/\varepsilon$ для ТМ-волн.

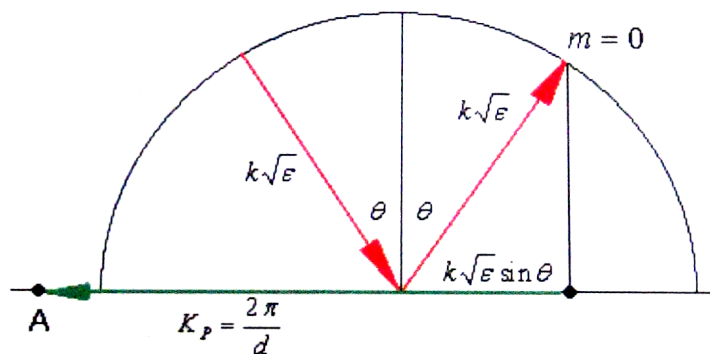
Среди всех возможных пространственных гармоник особый интерес представляет гармоника с индексом $m=0$. Она замечательна тем, что существует всегда и именно в той среде, где присутствует падающая волна, и может быть интерпретирована как зеркальная к ней отраженная волна. В то же время другие пространственные гармоники с индексами $m \neq 0$ могут отсутствовать, условия их существования определяются параметрами задачи согласно уравнениям (5),(6). Эти условия легко получить и интерпретировать из графических построений, используемых ниже.

В работе рассматриваются два важнейших случая дифракции волны на границе (1) диэлектрика с идеально-проводящим металлом, непрозрачным для электромагнитных волн и (2) двух прозрачных диэлектриков.

1. Дифракция на металлической границе

В этом случае волны существуют только с одной стороны гофра (формально, параметр $\varepsilon_0 = 0$). Остановимся на ряде характерных режимов.

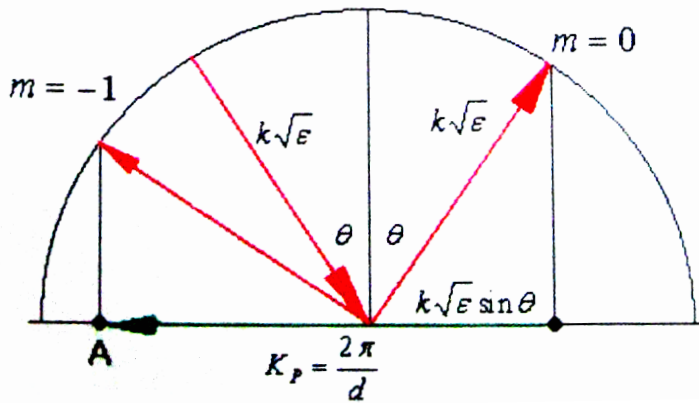
Одноволновой режим – все гармоники, кроме нулевой с индексом $m=0$, являются поверхностными (быстро затухающими). Графически этот режим может быть изображен следующим образом:



Для реализации такого режима волновой вектор гофра должен быть слишком велик (или период гофра слишком мал) для того, чтобы в окружность заданного радиуса $k\sqrt{\varepsilon}$ могла «вписаться» хотя бы еще одна гармоника, кроме нулевой (точка А на рисунке оказывается в этом случае за пределами окружности радиуса $k\sqrt{\varepsilon}$). Следовательно, область параметров одноволнового режима определяется неравенством:

$$\frac{2\pi}{d} - k\sqrt{\varepsilon} \sin \theta > k\sqrt{\varepsilon} \Rightarrow \kappa < \frac{1}{1 + \sin \theta}, \quad \kappa = \frac{d\sqrt{\varepsilon}}{\lambda}$$

Двухволновый режим характеризуется, соответственно, наличием только двух пространственных гармоник с «разрешенными» значениями индекса $m = 0$ и $m = -1$. Графически он может быть представлен следующим образом: точка А лежит в пределах окружности, но при этом гармоники более высоких (отрицательных и положительных) порядков уже «не вписываются» в нее:

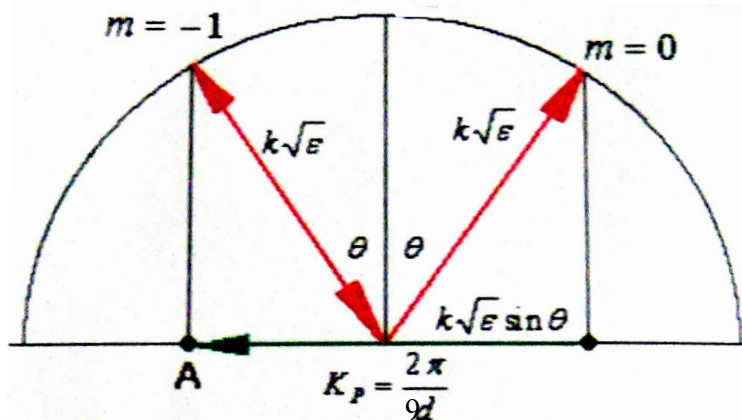


Условие такого режима определяется более сложным неравенством:

$$\begin{cases} \frac{2\pi}{d} + k\sqrt{\varepsilon} \sin \theta > k\sqrt{\varepsilon} \\ \frac{2\pi}{d} - k\sqrt{\varepsilon} \sin \theta < k\sqrt{\varepsilon} \\ \frac{4\pi}{d} - k\sqrt{\varepsilon} \sin \theta > k\sqrt{\varepsilon} \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{1 + \sin \theta} < \kappa < \min \left\{ \frac{1}{1 - \sin \theta}; \frac{2}{1 + \sin \theta} \right\}$$

Ответ на вопрос о том, какая из пространственных гармоник более высоких порядков окажется следующей ($m = 1$ или $m = -2$), зависит при этом только от величины угла падения.

Среди двухволновых режимов особый интерес представляет автоколлимационный режим, когда -1 -я гармоника распространяется точно навстречу падающей волне. Такой режим можно назвать «антизеркальным» отражением падающей волны (в отличие от «зеркального» нулевого порядка):



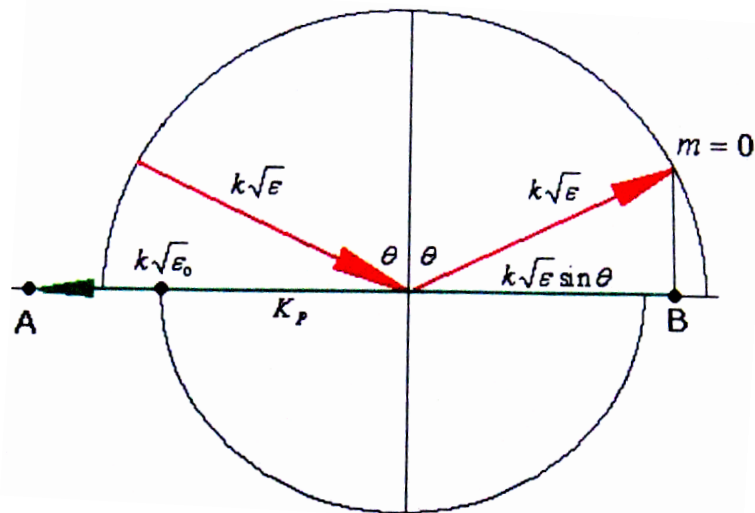
Видно, что автоколлимационный режим требует выполнения равенства:

$$\frac{2\pi}{d} = 2k\sqrt{\varepsilon} \sin \theta \Rightarrow \kappa = \frac{1}{2 \sin \theta}$$

2. Дифракция на границе раздела двух диэлектриков

В этом случае волны могут распространяться по обе стороны границы, т.е. могут существовать отраженные и преломленные волны, при этом общее число гармоник зависит дополнительно от соотношения диэлектрических проницаемостей граничащих сред. Графический анализ соответствующих режимов дифракции и в этом случае позволяет легко понять картину дифрагирующего волнового поля.

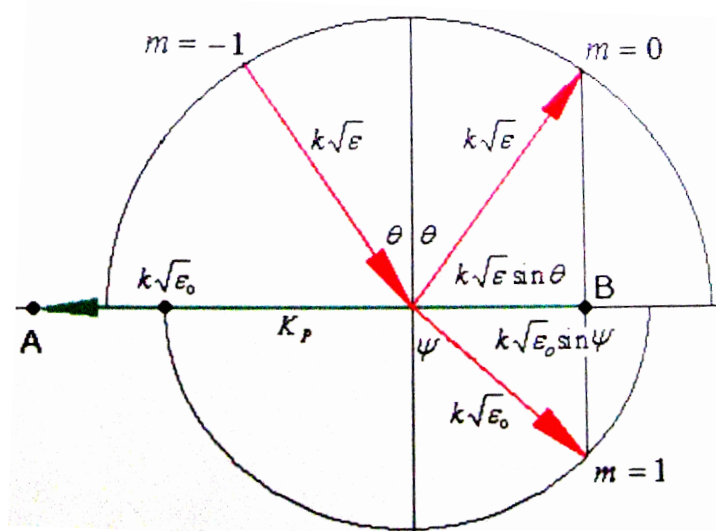
Одноволновый режим (как и в предыдущем случае) характеризуется наличием только одной пространственной гармоники нулевого порядка в более плотной верхней среде и полностью аналогичен известному явлению полного внутреннего отражения волны от плоской границы раздела (фактически, этот режим означает «запирание» поля в той среде, откуда падает волна):



Точка А в данном случае оказывается вне окружности «верхнего» (большого) радиуса, а точка В – между двумя окружностями, т.е. за пределами окружности «нижнего» радиуса:

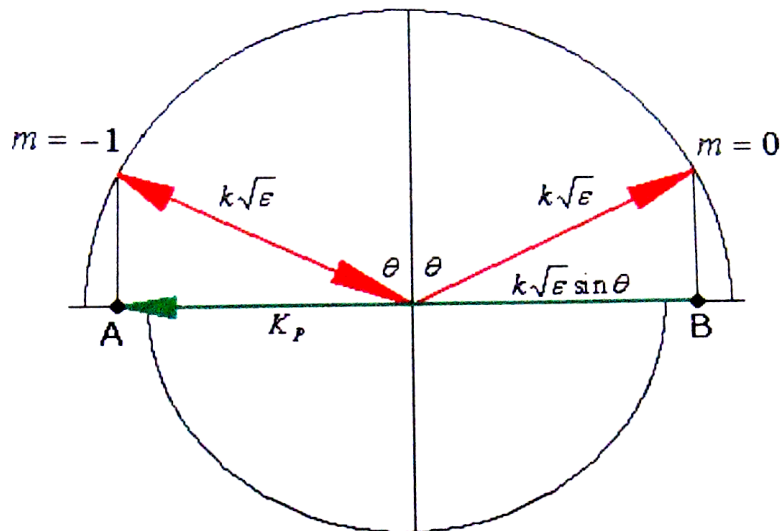
$$\begin{cases} k\sqrt{\varepsilon_0} < k\sqrt{\varepsilon} \sin \theta < k\sqrt{\varepsilon} \\ \frac{2\pi}{d} - k\sqrt{\varepsilon} \sin \theta > k\sqrt{\varepsilon} \end{cases} \Rightarrow \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}} < \sin \theta < \min \left\{ 1; \frac{1-\kappa}{\kappa} \right\}$$

Двухволновый режим в этом случае также характеризуется наличием двух пространственных гармоник, причем вторая гармоника может оказаться как в верхней, так и в нижней (как на рисунке) среде:



$$\begin{cases} k\sqrt{\epsilon} \sin \theta + k\sqrt{\epsilon} > \frac{2\pi}{d} \\ k\sqrt{\epsilon} \sin \theta < k\sqrt{\epsilon_0} \end{cases} \Rightarrow \frac{1-\kappa}{\kappa} < \sin \theta < \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\epsilon}}$$

Здесь также может быть реализован автоколлимационный режим (точки А и В оказываются симметрично между окружностями):



$$\sin \theta = \frac{1}{2\kappa}, \quad \text{ããã} \quad \frac{1}{2} < \kappa < \sqrt{\frac{\epsilon}{4\epsilon_0}}$$

В двухволновом режиме возможен еще один необычный эффект – «зеркальное» преломление волны в нижнюю среду, т.е. трансформация падающей волны в единственную –1-ю гармонику, распространяющуюся в другом диэлектрике, когда угол этой гармоники оказывается точно совпадающим с углом падения волны на границу раздела.

2. Особенности численного анализа эффектов дифракции на гофрированных структурах

Интегральное уравнение (см. Приложение) формулируется исходя из граничных условий для электромагнитного поля. Эти условия при численном решении удовлетворяются в NF точках на периоде границы (таким же оказывается количество учитываемых гармоник Фурье-спектров полей или порядков дифракции). Для описания каждой функции в интегральном уравнении, являющейся периодической с периодом гофра, используется вектор NF комплексных величин с характерным значением $NF \leq 300$. Ограниченность этой величины накладывает ограничение на параметры функции, описывающей профиль гофра, на точность и скорость расчета, при этом требуемая (для заданной точности) величина NF может меняться в зависимости от параметров исследуемой структуры, способа решения интегрального уравнения и т.д. Рекомендуемые величины заключены в пределах $NF \sim 50-100$.

Для численного решения интегрального уравнения используется метод сведения его к системе NF алгебраических уравнений, описываемой матрицей параметров размера $NF \times NF$. В качестве критерия корректности и установления решения используется методика последовательного увеличения числа точек NF в описании гофра до достижения сходимости результатов при его возрастании от задаваемого минимального значения $\min T$ до задаваемого максимального значения $\max T$. В работе, однако, число итераций принудительно ограничивается числом NI_{\max} . Это сделано для ограничения времени расчета. Если результат не сходится за NI_{\max} итераций, то это значит, что дифракция на данной структуре не может быть рассчитана за фиксированное время.

Для наглядности представления результатов расчет осуществляется последовательно для каждой точки плоскости двух из трех взаимосвязанных параметров:

1) $W0$ – нормированной на «волновое число» гофра величины проекции волнового числа падающей волны на границу раздела:

$$W0 = \frac{k\sqrt{\varepsilon} \sin \theta_j}{2\pi} = \frac{d\sqrt{\varepsilon} \sin \theta_j}{\lambda},$$

2) κ – дифракционного параметра, характеризующего отношение периода структуры и длины волны падающего излучения $\kappa = d\sqrt{\varepsilon} / \lambda$,

3) θ_j – угла падения волны.

Выбор плоскости параметров $(W0; \kappa)$, $(W0; \theta_j)$ или $(\theta_j; \kappa)$ производится пользователем установлением точки напротив неиспользуемого параметра. Количество точек на плоскостях исследуемых параметров $NX \times NY$ задается пользователем (не более их максимальных значений, ограниченных в работе в соответствии с ресурсами компьютера и разумным временем счета).

Рекомендуемое число $NX, NY \sim 20-100$. Также пользователем задаются центральные значения интервалов всех трех параметров W_0, κ, θ_j и интервалы их изменений, причем значения углов задаются в градусах.

Амплитуду гофра A_0 можно нормировать на безразмерный период «параметр amp » (на число 2π) или длину падающей волны параметр $\frac{A_0}{\lambda}$, соответствующей центру интервала задаваемых параметров. Незаданное значение (amp или $\frac{A_0}{\lambda}$) устанавливается автоматически в соответствии с выбором заданного значения ($\frac{A_0}{\lambda}$ или amp , соответственно).

При заданных параметрах на их же плоскости можно наблюдать углы рассеяния φ пространственных гармоник в каждом порядке дифракции, а также (для сравнения) поле рассеяния на границе, если бы она была плоской.

Данная работа может быть использована для исследования дифракции волн на гофрированной границе в широком диапазоне параметров. Однако при произвольных значениях параметров вычислительная процедура может занимать значительное время даже на достаточно мощных персональных компьютерах. Поэтому одной из целей работы является предварительная оценка интервалов исследуемых параметров и количества точек в них, а также оценка количества точек в описании периода гофра. Рекомендуется проводить численный анализ режимов дифракции при глубине гофра $A_0 / \lambda \leq 1$ и отношения проницаемостей диэлектриков $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} < 4$ для всевозможных углов падения.

3. Описание программы

Разработанная программа предназначена для исследования дифракции плоской электромагнитной волны на идеально-проводящей гофрированной поверхности металла или на гофрированной границе раздела диэлектриков, в соответствии с теоретическим изложением данных задач.

Минимальные требования для работы программы: Windows 95, ОЗУ 24 Мб, свободное место на жестком диске 50 Мб, наличие разрешения на экране монитора 800x600 при глубине цвета High color 16bit. Уровень пользователя – элементарные навыки работы в операционной системе “Windows”.

Панель параметров

На панели параметров (рис. 2) существуют поля ввода со светлым фоном и аналогичные им поля с темным фоном. Поля со светлым фоном являются активными. Числа в них задаются исполнителем. Числа в полях с темным фоном являются либо производными от активно задаваемых, либо приводятся для справок, облегчения работы и анализа результатов. Панель параметров может изменять свои размеры при помощи стрелки мыши.

При запуске программы видимой является лишь верхняя ее часть. Чтобы увидеть все параметры, необходимо расширить видимую область панели,

вытянув ее вниз. На панели расположены две группы параметров, обрамленных картинками и условно разделенными по смыслу иконками. Каждый параметр имеет подпись сверху, снизу или сбоку согласно своему положению в строке соответствующего ряда. Также на панели имеется ряд кнопок для управления процессом вычислений.

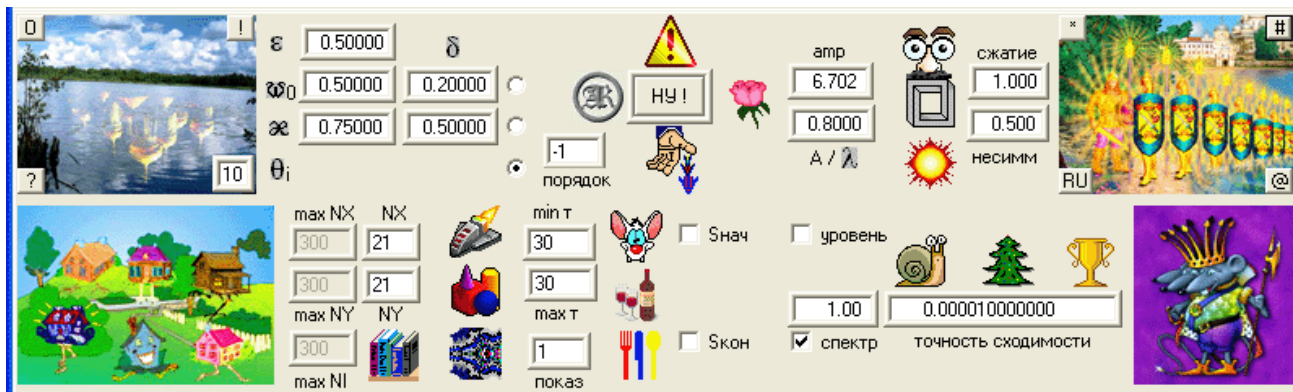


Рис 2. Панель параметров программы расчета

Верхняя группа параметров – параметры волны и гофра. Здесь вводятся диэлектрическая проницаемость нижней среды, нормированная на диэлектрическую проницаемость верхней среды, а также центральные значения и интервалы изменения указанных выше трех параметров W_0, κ, θ_i и элементы выбора нужной плоскости параметров. Далее размещен текущий (для наблюдения) порядок дифракции – его можно менять непосредственно во время расчета, а также после него при анализе результатов. Далее вводится амплитуда гофра при нормировании периода на 2π либо в отношении к длине волны, соответствующей центру интервала задаваемых параметров. Установка значения в любое из этих полей ведет к автоматическому обновлению другого (которое из них использовать для ввода амплитуды – на усмотрение пользователя). И, наконец, два последних поля верхней группы параметров, которые характеризуют форму профиля гофра: сжатие и несимметрия. «Сжатие» показывает, какую часть на периоде будет занимать указанный в меню тип профиля. Остальную часть будет занимать горизонтальная прямая, вставленная в середину гребня или канавки. Область изменения этого параметра $0 \leqq q \leqq 1$ ($q=1$ соответствует отсутствию вставок) «Несимметрия» показывает, каким образом соотносятся между собой части прямых, вставленных в гребень и в канавку. Этот параметр имеет силу только в случае $q \neqq 1$, и его область изменения $0 \leqq qd \leqq 1$ (значение $qd = 0.5$ соответствует одинаковым вставкам снизу и сверху, $qd = 1$ – все вставлено в канавку, $qd = 0$ – все вставлено в гребень).

Нижняя группа параметров – параметры, характеризующие количества точек расчета на плоскостях исследуемых параметров и на профиле гофра. Здесь расположены поля для ввода следующих параметров: количества точек в расчете параметров по оси абсцисс NX и ординат NY , а также минимального

$\min T$ и максимального $\max T$ количества точек в описании гофра периодической структуры рядом с приведенными для справки максимально разрешенными их значениями $\max NX$, $\max NY$, $\max NI$. При попытке поставить в их поля величины, большие максимально разрешенных, будут установлены максимальные. Далее показан параметр точности вычислений (при решении интегрального уравнения), увеличение которой неизбежно ведет к возрастанию количества «итераций» – последовательных просчетов задачи с возрастающим разрешением в описании гофра для каждой точки исследуемых параметров, и как следствие – возрастанию времени счета. Параметр $\max T$ позволяет ограничить количество «итераций» в расчете каждой точки независимо от достижения требуемой сходимости. Поле ввода «Уровень» становится активным при помещении галочки в вышерасположенное окно. При этом на структуре поля отмечается линия уровня заданного значения. Параметры $S_{\text{нач}}$ и $S_{\text{кон}}$ позволяют установить фиксированные границы области просмотра процессов обработки (профиля и его производных).

Центральная кнопка «НУ!» предназначена для запуска счета, а также его остановки в любой момент для исследования текущего состояния.

Кнопки «О», «!», «?» в левом поле дублируют пункт меню "Справка" для вызова дополнительной информации о программе. Здесь же (в правом нижнем углу этого поля) расположено поле для ввода интервала (числа итераций) записи желаемой области в графическом формате в последовательность файлов для компоновки фильма. Это поле открывается только при наличии соответствующей галочки в меню и закрывается при ее снятии.

Кнопка «*», находящаяся на правом поле, осуществляет очистку поля вывода структуры поля (первый квадрат) и различных текущих кривых вывода во втором квадрате. Кнопка «#» осуществляет очистку только кривых во втором квадрате. Кнопка «@» осуществляет вывод структуры поля, имеющейся на данный момент. Кнопки «*», «#» и «@» дублируют пункты плавающего меню. Слева внизу расположена кнопка переключателя языка интерфейса RU/EN, ее использование возможно в любой момент, в том числе во время счета. Переключатель является дубликатом соответствующего пункта основного меню.

Основное меню

Основное меню, расположенное в верхней части, содержит как стандартные общепринятые пункты, так и специализированные для данной программы.

Меню **Файл** содержит пункты, позволяющие производить запись в файлы, печать и считывание из файлов подписи в текстовом формате .txt, а также результатов расчета и параметров, при которых они получены, в специальном формате .mtr. Кроме того, имеется возможность записи рабочей области (области графического вывода) с расположенными на ней структурами поля, графиками и панелью параметров (содержащей значения параметров), в графическом (.bmp) формате. Эта функция продублирована с клавиатуры.

Пункт “Новый” обнуляет все внутренние расчетные параметры и матрицы, возвращая состояние программы к стартовому. Он функционален только при отсутствии проведения вычислений. При запущенных вычислениях, чтобы возвратиться в начало, нужно сначала их прервать. Меню “Файл” содержит также стандартный пункт “Выход”, закрывающий программу.

Меню **Редактирование** позволяет помещать в буфер обмена текст подписи и изображение области вывода (соответственно в текстовом и графическом форматах) для последующей вставки в какой-либо редактор, например, в WORD (функции продублированы с клавиатуры). Пункт “Изменить” позволяет редактировать текст подписи, вызывая соответствующий диалог. Пункт “Отменить” в данном варианте программы не работает.

Меню **Настройка** позволяет изменить цвет миллиметровки и всех выводимых графиков, а также цвет текста и используемый шрифт. В этом же меню производится отключение звукового сопровождения работы программы и очищение поля вывода от миллиметровки, а также регулируется вывод сетки на структуре поля. Пункт “Сохранять параметры при выходе” отмечен по умолчанию и служит для последующего запуска программы с параметрами, настроенными в предыдущем запуске. При отсутствии желания сохранять текущие параметры перед выходом галочку следует снять. Отказаться от записи нежелательных параметров можно и при установленной галочке после завершения программы посредством ответа в соответствующем диалоге. В этом же пункте меню расположен переключатель языка интерфейса русский – английский.

В меню **Параметры** производится выбор решаемой задачи: решается задача о дифракции волны на идеально – проводящей периодической поверхности или гофрированном разделе диэлектриков, здесь же указывается поляризация падающей волны. Далее указывается, следует ли во время вычислений производить сравнение с плоской границей, либо сделать это после расчета (допускается также возможность полного решения задачи для плоской границы, но это не рекомендуется в силу неоптимального соотношения времени счета и графического вывода в конкретном этом случае), выбирается форма профиля гофрированной поверхности. Далее выбирается используемая библиотека FFT (стандартная или более новая), подпрограммы для решения систем алгебраических линейных уравнений, способ вычисления рядов. Затем следует пункт, включающий Фурье-обработку с обрезанием по количеству точек расчета гармоник в профиле гофра (что актуально для «хитрых» профилей с «ломаными» вторыми производными). Далее имеется пункт, позволяющий изменить способ решения уравнений, оперируя вместо «пространственного» представления функций по точкам их «спектральными» Фурье-образами. Затем следует пункт, позволяющий выбрать способ наблюдения профиля в правом квадрате в удобной для пользователя нормировке – либо при нормировании на период (на число 2π), либо в длинах волн, соответствующих центру интервала задаваемых параметров.

Меню **Вычисления** позволяет запустить счет и затем регулировать его процесс (пауза с возможностью последующего продолжения с текущего момента либо прерывание счета с полной остановкой на текущем состоянии). Эти функции продублированы клавишами клавиатуры, а также кнопкой “НУ!” / “ТПРУ!” на панели параметров. По окончании счета возникает соответствующее сообщение.

Меню **Вывод** позволяет регулировать способ обновления поля вывода для наблюдения построения кривых профиля гофра синхронно с вычислениями, дает возможность при опасности срыва вычислений осуществлять автосохранение – запись результатов в файл default.mtr в различных режимах. Предусмотрена возможность вывода результатов в *.dat для последующей обработки в пакетах Grapher и Surfer. В этом же меню предусмотрена возможность пошагового просмотра выводимых структур с остановкой счета после каждого вывода для проведения анализа. Галочка на пункте “Профиль сечения структуры поля” установлена по умолчанию. Это дает возможность при перемещении курсора мыши вблизи внешней границы левого квадрата вывода структуры поля указывать место сечения структуры в виде линии, а на соседнем квадрате наблюдать ее профиль в этом сечении. Снятие галочки убирает эту возможность. Смотреть профиль можно независимо от выбора процесса обработки одновременно с его выводом. Для наглядности цветового представления структуры есть возможность вывода легенды с распределением цвета от минимума к максимуму. Далее следует пункт, позволяющий включить запись графического изображения всей рабочей области либо любой выделенной ее части через определенный интервал «итераций» при исследовании «сходимости» в зависимости от количества точек гофра в последовательность файлов для последующей компоновки фильма.

Меню **Представление** позволяет настроить вид рабочей области. Для анализа кривых, характеризующих профиль гофра, предусмотрен их вывод как по линейной, так и по логарифмической шкалам. Метки на осях могут быть представлены как в номерах точек расчета, так и в размерных величинах. Есть возможность регулировки толщины линий и точек вывода. Представление структуры возможно как в черно-белом (интенсивность окрашивания пропорциональна амплитуде или фазе поля), так и в цветном варианте (величина представлена распределением окрашивания от белого к черному через видимый диапазон спектра согласно возрастанию длины волны). Переключение осуществляется галочкой в соответствующем пункте. Предусмотрена возможность инверсии цветового представления (установка галочки на следующем пункте). Постановка галочки на пункт “Обрезать по границам квадратов” запрещает графический вывод за их пределами. В этом случае то, что по своей величине должно находиться за пределами квадратов, не показывается на экране. Поскольку панель параметров является подвижным инструментом и существуют положения, из которых ее нельзя восстановить при помощи мыши, в меню предусмотрен пункт, выполняющий это действие.

Меню **Просмотр** определяет, какие структуры поля мы видим в процессе счета. В частности, «зависимый параметр» – это параметр, оставшийся невыбранным на плоскости задаваемых параметров $(W_0; \kappa)$, $(W_0; \theta_j)$ или $(\theta_j; \kappa)$, но однозначно определяемый ими. Процессы, касающиеся прохождения волн через границу, можно наблюдать только для диэлектрической границы, но для идеально-проводящей поверхности они не функционируют. Плотности потоков энергии в пространственных гармониках в обеих средах, а также их углы распространения можно видеть путем ввода в меню параметров номера дифракционного порядка (индекса m) в диапазоне от -2 до +2. Переключение порядка дифракции и процессов наблюдения возможно непосредственно в процессе счета.

Меню **Обработка** позволяет выбрать, какие именно результаты мы хотим наблюдать. Это форма профиля гофра, ее первая и вторая производные. Если счет уже закончен, вызов любого из пунктов “Процессы обработки” обновляет рабочую область и демонстрирует требуемую кривую. Если счет еще не закончен, для наблюдения построения кривых в процессе счета следует при выбранном процессе поставить галочку “Синхронно с вычислениями” (имеет смысл при исследовании зависимости результатов от количества точек в описании профиля для визуального наблюдения текущего «разрешения» в описании профиля, особенно при использовании «сглаживания» профиля с помощью Фурье-преобразования). Галочка на пункте “Процессы сходимости по точкам”, установленная в начале вычислений, дает возможность видеть сходимость в процессе счета. Ее установка исключает наблюдение в то же время процессов обработки (профилей), равно как установка галочки на любой из этих процессов исключает возможность одновременно наблюдать сходимость. Переключение между различными процессами возможно непосредственно в течение счета без его прерывания.

Меню **Справка** имеет практически стандартный вид, вызывая, кроме настоящего описания, руководство Windows о том, как пользоваться справкой, пару полезных советов (!) и информацию о программе и ее авторе.

Плавающее меню

Плавающее меню возникает при нажатии правой кнопки мыши и содержит команды, связанные с действием мыши и положением курсора. Это запись в файл, печать или копирование в буфер в графическом формате выделенного при помощи левой кнопки участка, а также фиксирование профиля сечения структуры в месте, указанном курсором и отмеченном линией. Также в это меню включены функции, дающие возможность очистки поля вывода структуры поля (первый квадрат) и различных текущих кривых вывода во втором квадрате, а также перестройки структуры поля без пересчета.

Поле вывода

После запуска программы на экране, кроме панели параметров, возникает поле вывода. На нем имеются два квадрата, подготовленные для графического вывода данных. Левый квадрат предназначен для изображения структуры поля.

Правый квадрат демонстрирует, по выбору, либо плотности потоков энергий поля в отраженных и прошедших волнах в зависимости от количества точек в описании профиля, т.е. «сходимость результатов», либо профиль гофра или его производные.

Выбрав нужные параметры задачи и выполнив необходимую настройку центральных значений, интервалов, количества точек в описании параметров, минимального и максимального количества точек в описании профиля, следует в меню “Вычисления” выбрать пункт “Запустить счет”, либо нажать кнопку "НУ!" или клавишу F5. При этом происходит запуск вычислений последовательно для каждой точки выбранных параметров. Сходимость процесса с ростом количества точек в описании профиля выводится на правом квадрате. Ввиду большого количества выводимых кривых сходимости их изображение носит временный характер и не восстанавливается после обновления.

После выполнения условий сходимости либо достижения максимального числа точек в описании профиля для очередной точки параметров в левом квадрате происходит вывод структур поля согласно порядку вывода. Вывод структур поля происходит также через каждое число итераций, заданное в поле ввода «показ», если оно не нулевое. Нулевое значение соответствует отсутствию вывода полей до достижения сходимости или максимального числа «итераций». Предусмотрена возможность пошагового просмотра выводимых структур с остановкой счета после каждого вывода для проведения анализа.

Представление структуры возможно в черно-белом (интенсивность окрашивания пропорциональна значению амплитуды или фазы поля) или в цветном вариантах (величина представлена распределением окрашивания от белого к черному через видимый диапазон спектра в соответствии с возрастанием длины волны). Переключение цветности осуществляется галочкой в меню “Представление” и возможно непосредственно в процессе счета, предусмотрена также возможность инверсии цветового представления. Для наглядности представления структуры есть возможность вывода легенды (соответствующая галочка в меню “Вывод”).

При наличии галочки на пункте “Профиль сечения структуры поля” меню “Вывод” при перемещении курсора мыши вблизи внешней границы левого квадрата вывода структуры поля указывается место сечения структуры в виде линии, а на соседнем квадрате наблюдается ее профиль в этом сечении. Верхняя и нижняя координата квадрата соответствует при этом максимуму и минимуму структуры поля, указанных на легенде, хотя разметка осей соответствует выбранному процессу обработки. По команде из плавающего меню, возникающего при нажатии правой кнопки мыши, можно зафиксировать нужный профиль. Все изображения, касающиеся вывода профиля, также являются временными и очищаются после обновления.

По окончании вычислений выводится сообщение, предлагающее перейти к обработке данных. Обработку данных можно производить, не дожидаясь окончания вычислений. Для этого нужно выбрать исследуемый процесс в меню

“Обработка” и активизировать опцию “Синхронно с вычислениями”. Под процессами обработки в данной работе задействованы только виды профилей и их производные, поэтому этот пункт пока не имеет самостоятельного значения.

В нижней части рабочей области при запуске программы выводится шаблон текста подписи к рисункам, который может быть заменен нужным путем вызова пункта “Текст подписи” → “Изменить” из меню “Редактирование”. Набранный текст можно сохранить в текстовом файле.

Имеется возможность копирования в буфер обмена в графическом формате как всей рабочей области, включающей значения параметров, так и любого предварительно выделенного (левой кнопкой мыши) участка. Также имеется возможность сохранения желаемого участка в файл в формате BMP (корректная запись в файл происходит лишь при использовании цветового разрешения 16bit и выше). Сделанное выделение снимается повторным нажатием левой кнопки.

При желании компоновки фильма по результатам сходимости (что может потребоваться при большом количестве точек NF) необходимо отметить соответствующий пункт меню, выделить мышью нужную область и задать в появившемся поле ввода интервал итераций для записи. Это позволяет включить запись графического изображения всей рабочей области либо любой выделенной ее части через определенный интервал итераций в последовательность файлов для последующей компоновки фильма.

Полученные результаты можно записывать в файл в соответствующем специальном формате (меню “Файл”) для последующего открытия их из этого файла и обработки. При открытии файла результатов демонстрируется последняя из отмеченных галочкой структур.

Есть возможность временно остановить вычисления в любой момент и затем продолжить (пункт команды меню “Вычисления”, кнопка на панели параметров или клавиши F6-F7). Также в любой момент можно прервать их совсем и запустить снова при других параметрах, обновив предварительно все внутренние параметры и вычисленные значения при помощи выбора пункта “Новый” в меню “Файл”.

Характерный вид рабочего окна программы, содержащего поля вывода, представлен на рис. 3.

Строка состояния

На строке состояния представлены текущие координаты курсора мыши в размерных величинах или точках (в соответствии с задаваемым пунктом меню) при попадании указателя в область вывода структуры поля и значение поля в текущей точке. Также представлены координаты сечения структуры для вывода профиля поперечного сечения.

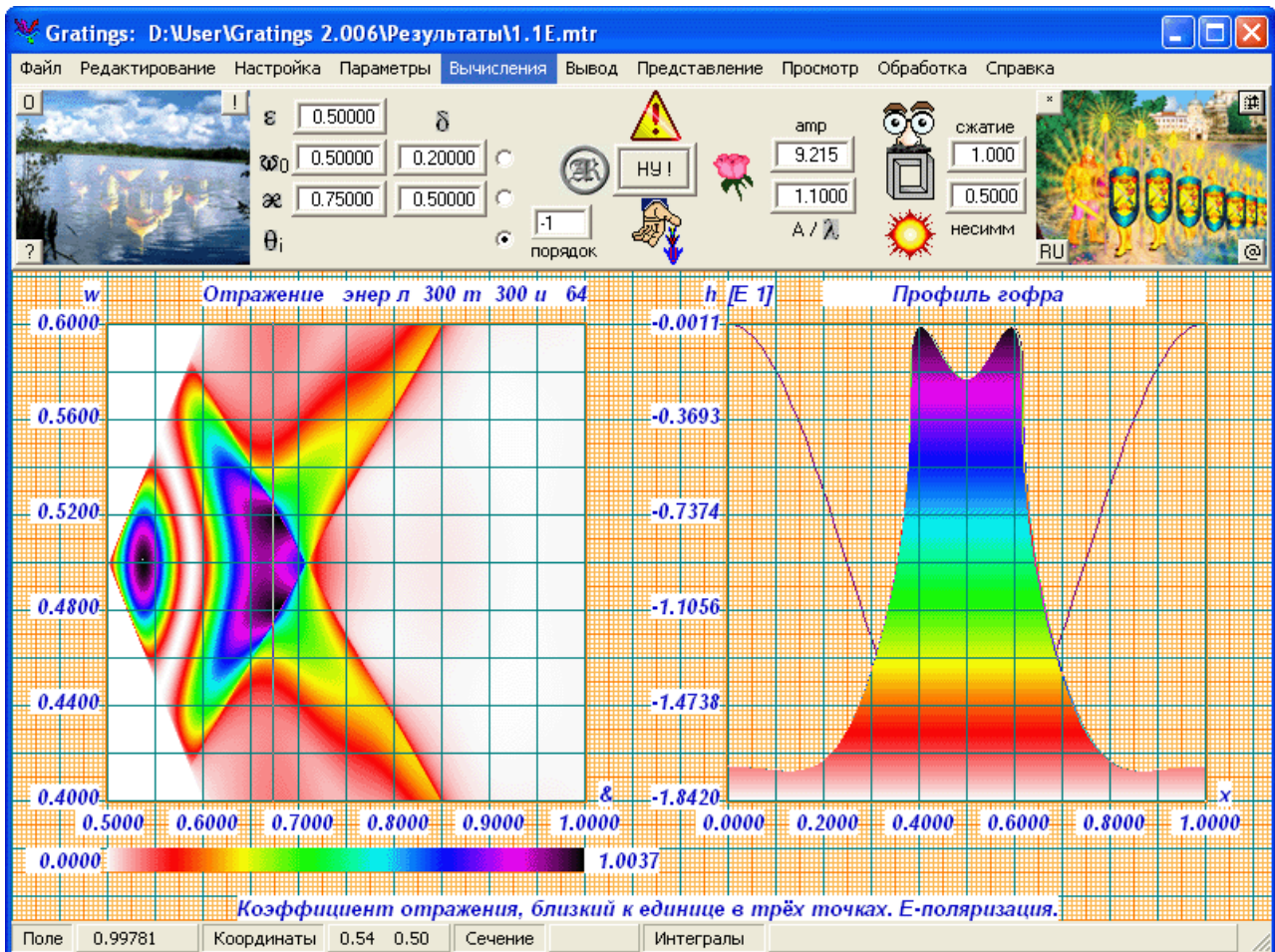


Рис. 3. Поле вывода результатов расчета

4. Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с описанием работы и возможностями программы. Уяснить назначение основных пунктов меню и панели параметров.
2. Провести пробные запуски программы.
3. Выполнить задание, данное преподавателем.
4. Подготовить отчет с изложением теоретической части, результатов расчета и их анализа.

Отчёт должен содержать:

- титульный лист с названием работы, фамилии студентов и даты выполнения работы;
- краткое теоретическое описание основных дифракционных эффектов;
- постановку задачи компьютерного эксперимента и выбранную для моделирования область параметров дифракционной задачи;
- результаты (в графическом виде) и их обсуждение;
- выводы по результатам выполнения работы.

5. Задание для выполнения работы

1. Задавая параметры сред и гофрированной границы их раздела, а также угол падения плоской волны на границу (конкретные значения сообщает преподаватель), рассчитать картину волнового поля в различных порядках дифракции.
2. Получить зависимости параметров рассеянного излучения от величины параметра k .
3. Изменяя угол падения, определить зависимость от него параметров рассеянного излучения.

6. Контрольные вопросы

1. Формирование картины пространственных и поверхностных волн при дифракции волны на гофрированной границе. Основные физические эффекты.
2. Характерные режимы дифракции на металлической гофрированной поверхности. Одноволновый и двухволновый режимы, их области существования (условия реализации и физическая интерпретация).
3. Характерные режимы дифракции на границе раздела диэлектриков, их области существования (аналогично п. 2).
4. Автоколлимационный режим дифракции, условия его реализации в случае металлической границы и границы диэлектриков.

Литература

1. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. – М.: Наука, 1979, 383 с.
2. Шестопалов В.П, Кириленко А.А., Масалов С.А, Сиренко Ю.К. Резонансное рассеяние волн. Т.1. Дифракционные решетки. – Киев: Наукова думка, 1986. 231 с.
3. Electromagnetic Theory of Grating / Ed. Petit R. Berlin - Heidelberg - New York: Springer – Verlag, 1980.

Приложение. Уравнения теории дифракции плоской волны на гофрированной границе раздела

Общая постановка двумерной задачи дифракции плоской волны на границе раздела и исходные уравнения сформулированы в Разделе 1. Как для TE -волн, так и для TM -волн дифрагирующего поля может быть сформулировано интегральное уравнение на основе того общего положения, что поля в верхней и нижней средах могут быть выражены через значения поля и его нормальной производной соответственно на верхней и нижней стороне границы:

$$\Psi(x, y) = \Psi^i(x, y) + \int ds' \left\{ G(x-x', y-y') \frac{\partial}{\partial n'} \Psi(x', y') - \Psi(x', y') \frac{\partial}{\partial n'} G(x-x', y-y') \right\}$$

$$\Psi^0(x, y) = - \int ds' \left\{ G^0(x-x', y-y') \frac{\partial}{\partial n'} \Psi^0(x', y') - \Psi^0(x', y') \frac{\partial}{\partial n'} G^0(x-x', y-y') \right\},$$

где $y' = A(x')$, интегрирование производится по периоду d вдоль кривой, описывающей форму гофра $ds' = dx' \sqrt{1 + (dy'/dx')^2}$,

$$G(x-x', y-y') = \frac{1}{2id} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{k_{ym}} \exp[ik_{xm}(x-x') + ik_{ym}(y-y')],$$

$$G^0(x-x', y-y') = \frac{1}{2id} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{k^{(0)}_{ym}} \exp[ik_{xm}(x-x') + ik^{(0)}_{ym}(y-y')],$$

–двумерные функции Грина в верхней и нижней средах для решетки источников, независимых от координаты z , расположенных с периодом d по координате x и имеющих разность фаз между соседними элементами, равную $k\sqrt{\varepsilon}d \sin \theta$ для верхней и $k \sin \theta$ для нижней сред соответственно,

$$k_{xm} = k_{xm}^0 = k\sqrt{\varepsilon} \sin \theta + \frac{2\pi m}{d}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm \dots,$$

$$k_{ym} = \sqrt{k^2 \varepsilon - k_{xm}^2} \quad \text{при } k^2 \varepsilon > k_{xm}^2, \quad k_{ym} = i\sqrt{k_{xm}^2 - k^2 \varepsilon} \quad \text{при } k_{xm}^2 > k^2 \varepsilon,$$

$$k^0_{ym} = \sqrt{k^2 - k_{xm}^2} \quad \text{при } k^2 > k_{xm}^2, \quad k^{(0)}_{ym} = i\sqrt{k_{xm}^2 - k^2} \quad \text{при } k_{xm}^2 > k^2,$$

$$\frac{\partial}{\partial n'} = \frac{1}{\sqrt{1 + (dy'/dx')^2}} \left[-\frac{dy'}{dx'} \frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial}{\partial y'} \right]$$

– нормальные производные по координатам источников.

Значения поля и его производной по одну и по другую сторону границы связаны граничными условиями, состоящими в непрерывности тангенциальных компонент полей \mathbf{E} и \mathbf{H} :

$$\Psi(x, y) = \Psi^0(x, y) \Big|_{y=A(x)}$$

$$\rho \frac{\partial}{\partial n} \Psi(x, y) = \frac{\partial}{\partial n} \Psi^0(x, y) \Big|_{y=A(x)}$$

где коэффициент $\rho = 1$ для TE –волн и $\rho = 1/\varepsilon$ для TM –волн.

Введем вспомогательную функцию $\Phi(x', y')$ согласно комбинации:

$$\int ds' \left\{ G(x-x', y-y') \frac{\partial}{\partial n'} \Psi(x', y') - \Psi(x', y') \frac{\partial}{\partial n'} G(x-x', y-y') \right\} = \int ds' G(x-x', y-y') \Phi(x', y')$$

представляющую собой наведенный влиянием нижней среды величину поверхностного тока смещения с верхней стороны границы сред. Тогда поле верхней среды и его нормальная производная могут быть выражены через эту функцию:

$$\begin{aligned} \Psi(x, y) &= \Psi^i(x, y) + \int ds' G(x-x', y-y') \Phi(x', y') \\ \frac{\partial}{\partial n} \Psi(x, y) &= \frac{\partial}{\partial n} \Psi^i(x, y) + \int ds' \frac{\partial}{\partial n} G(x-x', y-y') \Phi(x', y'). \end{aligned}$$

Поместим точку наблюдения на границу $y=A(x)$, являющуюся местонахождением вторичных источников. Для интегралов, содержащих нормальные производные функций Грина, после выделения особенностей получим:

$$\begin{aligned} \int ds' \frac{\partial}{\partial n} G(x-x', y-y') \Phi(x', y') &= \int ds' \frac{\partial}{\partial n} G(x-x', y-y') \Phi(x', y') \pm \frac{1}{2} \Phi(x, y) \Big|_{y=A(x)} \\ \int ds' \frac{\partial}{\partial n'} G(x-x', y-y') \Phi(x', y') &= \int ds' \frac{\partial}{\partial n'} G(x-x', y-y') \Phi(x', y') \mp \frac{1}{2} \Phi(x, y) \Big|_{y=A(x)}, \end{aligned}$$

где символ \int обозначает интеграл в смысле главного значения. Тогда нормальная производная поля верхней среды дается формулой:

$$\frac{\partial}{\partial n} \Psi(x, y) = \frac{\partial}{\partial n} \Psi^i(x, y) + \int ds' \frac{\partial}{\partial n} G(x-x', y-y') \Phi(x', y') + \frac{1}{2} \Phi(x, y) \Big|_{y=A(x)},$$

а выражение для поля нижней среды на границе принимает вид:

$$\frac{1}{2} \Psi^0(x, y) = - \int ds' \left\{ G^0(x-x', y-y') \frac{\partial}{\partial n'} \Psi^0(x', y') - \Psi^0(x', y') \frac{\partial}{\partial n'} G^0(x-x', y-y') \right\} \Big|_{y=A(x)}$$

С учетом граничных условий получаем интегральное уравнение относительно функции $\Phi(x, y)$, которое является по своей структуре интегральным уравнением Фредгольма 1-го рода:

:

$$\begin{aligned}
& \left. \int ds' \left\{ \frac{1}{2} [G(x-x', y-y') + \rho G^0(x-x', y-y')] + \right. \right. \\
& \left. \left. + \int ds'' \left[\rho G^0(x-x'', y-y'') \times \frac{\partial}{\partial n''} G(x''-x', y''-y') - \frac{\partial}{\partial n''} G^0(x-x'', y-y'') \times G(x''-x', y''-y') \right] \right\} \Phi(x', y') + \frac{1}{2} \Psi^i(x, y) + \right. \\
& \left. + \int ds' \left[\rho G^0(x-x', y-y') \times \frac{\partial}{\partial n'} \Psi^i(x', y') - \frac{\partial}{\partial n'} G^0(x-x', y-y') \times \Psi^i(x', y') \right] = 0 \Big|_{y=A(x)} \right. \quad (П.1)
\end{aligned}$$

Компоненты полного поля для TE – и TM – волн в верхней среде ($E_z(x, y)$, $H_z(x, y)$) и в нижней среде ($E_z^0(x, y)$, $H_z^0(x, y)$) выражаются через введенную вспомогательную функцию $\Phi(x, y)$ посредством формул:

$$\Psi(x, y) = \Psi^i(x, y) + \int ds' G(x-x', y-y') \times \Phi(x', y'), \quad (П.2а)$$

$$\Psi^0(x, y) = - \int ds' \left\{ \begin{aligned} & \rho G^0(x-x', y-y') \times \left[\frac{\partial}{\partial n'} \Psi^i(x', y') + \frac{1}{2} \Phi(x', y') + \right. \\ & \left. + \int ds'' \frac{\partial}{\partial n'} G(x'-x'', y'-y'') \times \Phi(x'', y'') \right] - \\ & - \frac{\partial}{\partial n'} G^0(x-x', y-y') \times \left[\Psi^i(x', y') + \right. \\ & \left. + \int ds'' G(x'-x'', y'-y'') \times \Phi(x'', y'') \right] \end{aligned} \right\}. \quad (П.2б)$$

Теперь представим дифракционное поле в обеих средах вне канавок как суперпозицию плоских волн

$$\Psi(x, y) = \sum_m R_m \exp(ik_{mx}x - ik_{my}y), \text{ при } y > \max|A(x)|,$$

$$\Psi^0(x, y) = \sum_m T_m \exp(ik_{mx}x - ik_{my}^0 y), \text{ при } y < \min|A(x)|,$$

где комплексные амплитуды гармоник R_m в верхнем и T_m в нижнем полупространстве определяются следующим образом:

$$\begin{aligned}
R_m = & \int ds' \frac{1}{2idk_{my}} \exp(-ik_{my}y' - im \frac{2\pi}{d} x') \Phi(x', y'), \\
T_m = & - \int ds' \left\{ \begin{aligned} & \frac{\rho}{2idk_{my}^0} \exp(ik_{my}^0 y' - im \frac{2\pi}{d} x') \times \left[\frac{\partial}{\partial n'} \Psi^i(x', y') + \frac{1}{2} \Phi(x', y') + \right. \\ & \left. + \int ds'' \frac{\partial}{\partial n'} G(x'-x'', y'-y'') \times \Phi(x'', y'') \right] + \\ & + \frac{1}{2d\sqrt{1+(dy'/dx')^2}} \left(-1 - \frac{k_{my}}{k_{my}^0} \frac{dy'}{dx'} \right) \exp(ik_{my}^0 y' - im \frac{2\pi}{d} x') \times \\ & \times \left[\Psi^i(x', y') + \int ds'' G(x'-x'', y'-y'') \times \Phi(x'', y'') \right] \end{aligned} \right\}.
\end{aligned}$$

Таким образом, решение интегрального уравнения (П.1) для функции $\Phi(x,y)$ позволяет рассчитать поля распространяющихся волн (дифракционных гармоник) в обеих средах и тем самым решить дифракционную задачу. Решение этого уравнения производится с использованием стандартной методики представления неизвестной периодической функции заданным количеством N значений на периоде (в N точках). Аналогичным образом представляются свободный член и ядро уравнения. В результате получается система N линейных алгебраических уравнений, которая решается до достижения сходимости результатов при возрастании N (см. Раздел 2).

Сергей Николаевич **Власов**
Елена Викторовна **Копосова**
Александр Игоревич **Малеханов**

**ДИФРАКЦИЯ ВОЛН НА ГОФРИРОВАННОЙ ГРАНИЦЕ
РАЗДЕЛА СРЕД**

Практикум

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского».
603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23.