

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Национальный исследовательский  
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

**Л.Г. Афраимович**

**ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В  
ОБЛАСТИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ. ЧАСТЬ 2**

Практикум

Рекомендовано методической комиссией ИИТММ для студентов  
ННГУ, обучающихся по направлению подготовки  
09.04.03 «Прикладная информатика»

Нижний Новгород  
2022

УДК 519.8  
ББК 22.19  
А-94

А-94 Афраймович Л.Г. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБЛАСТИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ. ЧАСТЬ 2: практикум. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2022. – 12с.

Рецензент: к.т.н., доцент **Мееров И.Б.**

В учебно-методической разработке приводятся задания для лабораторной работы спецсеминара «Информационные технологии в области принятия решений» магистров 1 курса направления подготовки 09.04.03 «Прикладная информатика», обучающихся по магистерской программе «Прикладная информатика в области принятия решений». Дается постановка прикладной задачи, описываются подходы к решению, формулируются задания для самостоятельной работы и приводятся тестовые данные, необходимые для выполнения заданий.

УДК 519.8  
ББК 22.19

Л.Г. Афраймович

© Нижегородский государственный  
университет им. Н.И. Лобачевского, 2022

## Оглавление

<b>1. Лабораторная работа «Задача формирования портфеля заказов»</b> .....	4
1.1. Математическая модель .....	4
Содержательная постановка .....	4
Исходные параметры .....	4
Варьируемые параметры .....	4
Ограничения .....	4
Критерий .....	4
Анализ сложности.....	5
1.2. Метод динамического программирования .....	5
Соотношение динамического программирования.....	5
Табличная реализация .....	5
Рекуррентная реализации.....	5
Усеченная табличная реализация.....	5
1.3. Задание .....	6
1.4. Тестовые данные .....	6
<b>Список литературы</b> .....	12

# Информационные технологии в области принятия решения. Часть 2

## 1. Лабораторная работа «Задача формирования портфеля заказов»

Рассматривается задача формирования портфеля заказов. В качестве метода решения рассматривается метод динамического программирования. В ходе выполнения лабораторной работы необходимо:

- реализовать табличный и рекурсивный алгоритмы, сравнить их время работы,
- реализовать алгоритмы сортировки усеченного табличного метода динамического программирования и сравнить их эффективность по выбранным метрикам.

### 1.1. Математическая модель

#### Содержательная постановка

Известно множество заказов. Для каждого из заказов заданы трудоемкость и доходность. Необходимо составить портфель заказов, не превосходящий по трудоемкости производительность предприятия и максимизирующий суммарную доходность.

#### Исходные параметры

Пусть  $n$  – количество заказов,  $A$  – производительность предприятия,  $a_i$  – трудоемкость заказа  $i$ ,  $c_i$  – доходность заказа  $i$ ,  $i = \overline{1, n}$ .

#### Варьируемые параметры

Пусть  $x_i = \begin{cases} 1, & \text{если заказ выбран в портфель} \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}, i = \overline{1, n}$ .

#### Ограничения

$$x_i \in \{0, 1\}, i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n a_i x_i \leq A. \quad (2)$$

#### Критерий

$$\sum_{i=1}^n c_i x_i \rightarrow \max. \quad (3)$$

## Анализ сложности

Задача относится к классу NP-трудных задач, т.к. представляет собой постановку классической NP-трудной задачи о ранце [1].

## 1.2. Метод динамического программирования

### Соотношение динамического программирования

Пусть  $z(k, w)$  – задача формирования портфеля заказов (1)-(3), в которой в качестве заказов используются первые  $k$  заказов (заказы  $1, \dots, k$ ), а максимальная производительность предприятия равна  $w$ . Тогда пусть  $u(k, w)$  – оптимальное значение критерия в задаче  $z(k, w)$ .

Тогда справедливы следующие соотношения динамического программирования [2]:

$$u(1, w) = \begin{cases} c_1, & \text{если } c_1 \leq w \\ 0, & \text{иначе} \end{cases} \quad (4)$$

$$u(k+1, w) = \begin{cases} \max \{u(k, w), u(k, w - a_{k+1}) + c_{k+1}\}, & \text{если } a_{k+1} \leq w \\ u(k, w), & \text{иначе} \end{cases} \quad (5)$$

Таким образом, решение задачи (1)-(3) сводится к вычислению  $u(n, A)$  с использованием соотношений (4),(5).

### Табличная реализация

При реализации метода динамического программирования табличным способом величины  $u(k, w)$  представляются в виде таблицы:

$$\begin{array}{ccc} u(1,1) & \dots & u(n, 1) \\ \dots & \dots & \dots \\ u(1, A) & \dots & u(n, A) \end{array}$$

Несложно увидеть, что соотношение (4) определяет первый столбец данной таблицы и элементы каждого последующего столбца вычисляются из предшествующего столбца с использованием соотношения (5). При табличной реализации в ходе прямого прогона последовательно вычисляются столбцы данной таблицы.

### Рекуррентная реализация

При рекуррентной реализации метода динамического программирования рекуррентно записывается функция  $u(k, w)$  с использованием соотношений (4),(5). Тогда решение задачи (1)-(3) сводится к вычислению рекуррентным способом значения  $u(n, A)$ .

### Усеченная табличная реализация

В качестве эвристики с целью ускорения расчета будем использовать следующий подход. Пусть заказы отсортированы с использованием выбранной стратегии сортировки. Тогда в качестве приближенного решения задачи (1)-(3) применим решение задачи  $u(k, A)$ , где  $k < n$ .

В качестве примера такой стратегии рассмотрим сортировку по убыванию удельной полезности заказа  $\frac{c_i}{a_i}$ .

### 1.3. Задание

При выполнении лабораторной работы необходимо:

1. Реализовать табличный алгоритм метода динамического программирования.
2. Реализовать рекурсивный алгоритм метода динамического программирования.
3. Сравнить время работы табличного и рекурсивного алгоритмов на тестовых задачах.
4. Реализовать усеченный табличный метод. Предложить собственную стратегию сортировки, в среднем превосходящую сортировку по удельной полезности на тестовых задачах для  $k = \left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor$ .
5. Подготовить отчет о проведенных исследованиях, содержащий
  - a. листинг кода динамического алгоритма,
  - b. листинг кода рекурсивного алгоритма,
  - c. листинг кода усеченного динамического алгоритма,
  - d. листинг кода разработанного алгоритма сортировки,
  - e. таблица сравнения времени работы динамического и рекурсивного алгоритмов:

№ тестовой задачи	Время работы динамического алгоритма	Время работы рекурсивного алгоритма

- f. таблица сравнения эффективности базового и собственного алгоритмов сортировки:

№ тестовой задачи	Оценка эффективности базовой сортировки (найденное значение критерия / оптимум)	Оценка эффективности собственной сортировки (найденное значение критерия / оптимум)
...		
ИТОГО	Среднее значение по тестовым задачам	Среднее значение по тестовым задачам

Требования к программной реализации:

1. В ходе реализации необходимо однократно выделять память лишь под два столбца таблицы, при расчете следующих столбцов память должна переиспользоваться.
2. В ходе реализации необходимо применять кэширование рассчитанных значений  $u(k, w)$  с целью исключения повторного расчета.
3. Реализация усеченного метода должна позволять выбирать необходимый алгоритм сортировки.

### 1.4. Тестовые данные

Формат описания исходных данных:

A - производительность предприятия

$n$  - количество заказов

$a_1, \dots, a_n$  – трудоемкости заказов

$c_1, \dots, c_n$  – доходность от заказов

Задача 1.

10

5

4 5 4 3 2

2 3 2 3 1

Оптимальное значение критерия: 7

Номера заказов оптимального решения:

5 4 2

Задача 2.

10

5

2 3 4 3 5

1 3 3 3 1

Оптимальное значение критерия: 9

Номера заказов оптимального решения:

4 3 2

Задача 3.

70

10

17 17 20 1 14 11 19 14 11 2

1 2 1 3 2 3 1 2 2 3

Оптимальное значение критерия: 17

Номера заказов оптимального решения:

10 9 8 6 5 4 2

Задача 4.

70

10

11 15 3 6 19 16 7 10 3 5

2 3 2 2 1 3 3 3 3 3

Оптимальное значение критерия: 22

Номера заказов оптимального решения:

10 9 8 7 6 4 3 2

Задача 5.

400

50

22 9 30 31 5 29 8 23 28 9 34 18 23 25 28 6 25 25 6 31 8 17 19 13 23 17

29 28 27 26 32 12 19 23 13 11 28 9 8 5 22 24 22 31 9 32 5 31 24 5

2 1 6 7 2 3 4 5 3 3 3 3 6 2 4 4 7 7 2 5 2 4 4 1 3 4 7 5 3 6 5 5 2 5 4 5

6 3 1 1 5 3 7 5 1 4 4 5 5 3

Оптимальное значение критерия: 115

Номера заказов оптимального решения:

50 49 47 43 41 38 36 35 34 32 30 27 26 23 22 21 19 18 17 16 13 10 7 5 4

**Задача 6.**

400

50

33 5 19 7 28 23 20 20 24 34 12 5 17 18 9 5 10 7 16 17 3 15 28 9 31 3 18  
33 34 3 23 11 33 21 27 13 16 33 30 33 10 7 31 8 30 20 27 19 14 33  
3 3 2 1 5 5 3 3 3 7 1 3 4 5 2 0 1 5 5 6 3 2 4 3 4 4 4 6 4 2 3 6 6 2 7 6  
2 7 3 4 1 1 6 1 7 5 5 3 5 7

**Оптимальное значение критерия: 117**

**Номера заказов оптимального решения:**

50 49 46 45 43 38 36 35 32 30 27 26 24 21 20 19 18 15 14 13 12 10 6 2

**Задача 7.**

1000

100

45 91 81 47 35 78 43 65 100 61 9 63 100 88 54 14 1 56 68 38 87 33 79 52  
83 55 53 17 64 56 32 25 81 47 93 34 20 16 67 21 54 51 78 49 11 44 12 86  
57 71 65 2 57 46 100 13 13 29 64 80 26 27 2 45 30 84 83 54 96 21 95 86  
90 47 85 36 56 31 42 40 43 67 61 94 92 30 69 35 47 80 22 91 52 87 95 28  
50 33 19 27  
7 12 12 6 7 11 4 7 13 9 3 10 14 9 7 4 3 6 9 8 9 5 8 5 13 5 6 1 8 8 7 3 8  
5 13 7 5 2 7 2 6 7 11 9 2 6 1 10 8 8 9 2 9 5 10 1 3 6 8 11 4 3 3 4 6 10  
11 8 11 4 13 10 13 6 12 6 9 4 8 6 9 6 8 10 14 5 9 8 4 11 3 14 9 10 12 3  
9 6 2 7

**Оптимальное значение критерия: 195**

**Номера заказов оптимального решения:**

100 98 97 93 92 88 86 81 79 77 76 70 65 63 58 57 53 52 45 44 37 36 31 20  
17 16 12 11 5 1

**Задача 8.**

1000

100

71 34 82 94 52 19 52 39 38 53 39 30 84 80 73 41 54 43 8 34 92 78 66 83  
24 84 56 46 75 73 59 7 19 5 89 66 24 61 65 79 94 5 55 54 26 2 17 8 73 27  
56 57 62 72 97 93 69 100 71 69 63 6 65 66 94 33 11 80 91 8 17 93 79 30  
41 88 24 12 57 22 68 49 73 49 17 3 45 47 8 96 97 25 91 97 16 88 41 89 61  
94  
11 5 9 12 5 5 9 5 5 5 7 5 10 10 7 4 7 5 3 7 13 11 10 13 2 13 5 8 8 9 8 2  
4 3 10 8 3 6 8 10 10 1 6 10 3 2 5 2 12 2 8 6 8 10 10 10 10 11 9 7 9 5 7  
10 12 5 1 11 9 4 5 10 11 7 7 12 4 4 9 5 7 7 11 5 6 1 9 8 3 9 12 2 11 10  
6 10 8 10 7 13

**Оптимальное значение критерия: 205**

**Номера заказов оптимального решения:**

97 95 89 88 87 86 85 80 79 78 77 75 74 71 70 66 62 49 48 47 46 44 42 34  
33 32 28 26 20 19 12 11 7 6 1

**Задача 9.**

1000

1000

15 1 11 10 8 12 19 18 1 13 32 37 22 34 3 1 4 3 32 17 17 10 10 6 4 30 30  
23 2 16 33 6 16 31 15 4 14 26 38 29 31 21 33 10 11 29 23 28 7 37 8 36 23  
38 21 5 32 5 7 18 22 37 16 25 21 26 22 31 20 40 27 19 5 4 26 36 17 40 35  
15 8 2 16 6 9 37 23 18 11 10 12 10 19 20 7 34 5 8 30 25 7 32 8 8 10 29  
31 19 13 25 29 33 11 33 11 20 21 10 17 24 4 5 21 11 28 18 1 25 38 33 32  
9 10 10 8 16 35 9 37 20 7 4 6 27 21 20 39 27 10 27 13 36 32 7 22 3 12 38



21 32 29 6 22 20 34 20 23 1 25 35 26 13 14 37 18 1 39 34 30 8 20 14 16  
11 20 36 18 4 29 5 5 37 29 5 32 1 22 26 34 2 37 38 2 15 1 1 22 36 30 22  
5 18 8 13 13 16 31 12 1 38 3 20 13 20 31 30 24 9 5 17 19 14 1 29 12 22  
12 2 10 19 15 22 15 8 1 27 29 17 32 17 11 10 25 37 40 18 26 23 25 12 18  
13 31 13 3 31 18 20 1 32 4 29 3 23 23 21 5 5 19 4 1 8 18 29 6 9 29 4 29  
35 36 30 17 38 2 2 32 2 5 11 10 9 17 1 13 22 8 3 14 19 13 21 4 22 12 10  
36 2 7 35 3 15 32 6 37 14 12 5 21 21 30 3 1 9 35 32 32 17 16 25 1 26 30  
10 23 15 27 36 27 32 7 30 36 11 8 36 18 11 4 39 11 4 23 33 30 10 21 35  
28 20 19 19 26 23 34 18 25 22 24 23 28 16 18 30 15 1 8 30 2 40 15 21 13  
18 15 38 4 38 20 14 34 32 9 8 13 28 4 14 17 31 11 36 27 22 12 35 26 34  
19 30 2 31 34 28 5 38 6 9 9 37 14 27 2 11 29 37 8 11 17 28 37 35 14 11  
29 20 35 32 7 21 13 11 19 31 12 3 39 21 3 15 22 35 5 21 17 25 34 17 33  
15 28 15 17 32 33 8 18 23 40 26 4 15 3 29 25 4 8 12 39 26 38 27 9 3 6 3  
30 33 35 5 26 18 39 32 34 38 34 28 38 5 26 17 22 18 11 7 32 17 37 13 17  
23 19 8 17 1 7 15 26 31 18 26 29 36 1 27 17 12 36 27 10 21 14 34 1 22 6  
31 32 39 11 14 36 22 29 3 39 32 15 33 31 20 3 8 28 40 28 26 17 24 31 20  
22 11 3 36 9 25 7 36 36 16 23 28 20 5 30 8 8 38 29 26 38 4 36 31 19 7 7  
1 35 20 15 8 9 31 32 26 19 33 35 14 25 20 37 16 38 15 28 23 11 21 18 20  
36 6 23 19 15 13 18 2 19 6 2 17 2 15 20 29 13 5 29 16 3 15 1 19 7 21 33  
4 20 24 31 14 3 35 13 3 9 14 11 6 15 34 36 20 18 21 15 23 36 39 11 6 32  
2 17 22 5 5 12 35 21 15 22 35 15 28 14 7 3 17 21 40 34 24 2 10 19 22 1  
27 7 11 8 21 14 25 22 1 18 31 38 4 2 17 26 40 12 2 5 31 7 8 21 20 19 11  
13 91 7 3 24 5 25 28 11 8 1 21 30 7 14 29 12 19 17 38 17 38 3 39 18 17  
11 21 40 30 28 3 3 13 13 40 12 29 15 40 18 29 16 32 11 21 15 24 33 19 10  
2 2 14 36 11 39 9 26 8 34 5 29 21 20 39 19 18 34 14 18 24 5 17 21 28 23  
11 29 37 2 27 28 21 21 27 1 29 18 3 2 4 3 7 7 13 40 35 13 12 3 38 31 20  
1 26 38 26 34 8 29 29 20 30 6 8 18 9 1 34 38 30 40 32 12 15 22 38 11 8  
29 28 38 17 35 5 37 9 20 35 30 16 36 10 14 14 24 13 2 39 36 32 35 19 15  
13 38 40 8 27 5 40 15 26 20 1 31 4 36 1 12 10 29 6 5 22 34 31 18 39 32 9  
37 12 13 37 33 20 3 22 7 37 1 34 30 30 2 11 31 14 24 21 18 1 28 27 3 30  
15 33 20 8 22 9 35 37 4 3 14 23 9 12 1 14 35 15 9 35 16 16 21 24 40 5 16  
12 31 37 25 26 34 4 6 10 2 40 16 32 39 34 26 39 38 8 5 12 20 4 7 14 19 9  
14 39 13 37 8 18 34  
8 1 3 6 7 9 4 4 7 4 14 16 8 14 5 7 5 6 14 12 3 9 8 8 2 7 12 11 1 12 7 9  
12 15 6 6 6 9 9 9 15 5 13 9 4 8 4 8 8 9 8 9 7 11 11 9 10 5 2 7 4 10 12  
13 5 5 4 10 9 16 7 3 5 3 14 16 3 16 11 12 2 3 12 10 2 15 8 7 4 7 3 2 6  
11 4 12 2 9 12 7 4 11 8 9 11 12 14 3 6 13 12 12 11 8 5 11 8 2 9 6 6 6 6  
11 11 5 7 11 16 9 13 3 4 4 7 8 12 1 16 8 1 4 1 9 12 9 7 5 6 10 3 8 8 4 9  
7 5 15 6 13 14 3 4 4 6 9 7 7 11 14 7 5 3 9 5 2 12 13 7 2 5 8 4 5 6 13 12  
8 11 9 2 13 13 3 10 8 7 14 9 3 8 9 3 9 3 7 13 7 7 7 2 8 8 3 7 5 6 8 8 10  
5 9 3 11 11 11 9 10 8 6 11 7 3 12 11 12 5 5 2 7 9 13 9 3 7 11 14 10 12 5  
10 9 6 7 15 9 6 10 6 10 5 2 8 10 5 11 4 13 1 12 9 10 6 8 10 9 10 9 3 9 5  
8 5 10 6 1 9 3 5 9 14 12 6 8 1 6 12 7 7 3 6 1 8 0 4 7 2 7 5 5 8 6 5 5 4  
7 15 7 3 12 1 11 15 9 16 5 3 5 6 4 14 1 2 10 12 11 7 5 5 7 8 12 6 10 10  
7 5 8 14 12 8 15 12 3 10 13 4 8 0 16 3 7 8 8 9 7 4 13 11 11 6 9 9 4 12 6  
12 5 6 9 7 12 7 11 5 9 7 6 9 16 7 9 3 6 3 8 2 14 8 2 9 10 5 3 5 6 4 6 8  
12 10 16 9 9 8 9 7 14 3 10 9 6 12 13 3 14 5 2 10 11 2 5 6 3 6 15 5 4 5 6  
11 8 6 5 5 8 7 12 8 12 10 5 10 6 3 2 14 10 9 8 11 10 6 4 8 12 9 5 9 10  
12 12 9 14 15 8 8 7 15 13 6 11 3 5 10 6 4 8 16 14 8 12 4 6 4 1 11 9 14 4  
6 11 9 15 7 15 13 13 7 5 11 6 13 3 10 9 15 7 12 10 6 10 5 5 9 0 7 3 9 14  
4 7 10 11 7 13 8 6 16 11 11 9 8 11 2 12 9 9 13 12 3 2 15 13 14 4 13 14 5  
7 8 10 3 2 7 12 12 9 6 4 8 9 9 10 8 15 1 11 2 15 8 6 6 14 11 2 9 7 6 9 7  
12 8 8 11 8 5 5 4 7 7 7 12 8 3 12 11 5 3 6 11 11 11 8 16 12 11 6 9 5 2 5  
12 4 14 6 7 10 7 7 9 5 6 4 7 11 3 7 11 6 7 4 10 7 8 6 1 9 10 8 14 8 4 5  
13 11 3 16 11 6 3 10 7 5 7 14 12 6 10 4 9 13 13 10 7 8 11 4 4 8 4 7 9 16  
11 10 9 8 9 13 6 4 4 3 13 15 13 5 0 11 10 13 9 13 9 10 3 11 8 5 7 8 10  
11 10 5 0 9 11 14 5 3 6 14 7 3 8 9 7 10 11 4 4 3 6 8 8 14 6 11 6 7 9 12

5 7 11 11 10 6 14 4 11 3 12 7 6 3 6 14 9 11 3 8 2 2 12 7 13 11 16 4 9 10  
6 7 12 12 8 6 8 7 8 0 3 15 11 7 7 7 1 11 8 10 9 12 11 10 8 10 3 4 5 9 8  
9 11 10 4 14 13 4 12 6 4 12 13 3 11 5 0 3 8 5 9 3 5 17 8 4 3 0 10 15 12  
4 8 7 9 11 2 7 13 10 12 7 9 8 6 7 6 8 6 11 9 10 5 10 7 5 3 11 10 7 11 12  
2 14 4 9 11 14 11 8 2 10 6 5 10 1 10 15 10 10 5 12 11 7 13 1 6 8 17 3 8  
8 7 13 7 8 5 3 3 14 3 2 6 14 8 8 10 6 8 15 2 5 9 7 12 9 9 1 8 3 9 13 14  
8 10 11 3 11 7 10 6 7 12 5 7 3 12 5 9 4 7 8 16 1 0 11 6 6 11 8 7 11 12 9  
12 8 6 8 4 14 5 9 8 15 8 13 11 13 0 9 4 4 10 3 12 9 13 11 15 15 4 6 10 9  
1 3 4 11 10 8 13 3 7 2 9 6

**Оптимальное значение критерия: 1358**

**Номера заказов оптимального решения:**

993 987 986 976 974 965 958 957 954 953 950 945 943 938 935 929 928 924  
920 913 901 899 897 892 887 886 879 856 850 847 846 836 825 824 823 822  
818 812 804 793 787 783 764 763 754 748 742 740 737 735 733 731 730 725  
723 722 716 712 706 705 703 700 693 682 681 678 676 664 660 659 657 652  
649 647 645 642 637 635 632 626 604 600 594 588 575 574 563 556 547 545  
541 535 527 516 515 510 494 486 483 481 476 463 459 449 433 429 427 421  
411 407 389 387 386 362 355 351 344 341 334 333 328 324 318 313 308 299  
298 296 285 282 281 280 278 277 273 271 269 265 260 252 251 245 238 235  
233 229 228 221 219 213 206 205 203 200 196 190 188 176 168 156 142 135  
127 124 122 121 113 105 104 103 98 84 82 73 58 56 51 49 44 36 32 24 22  
18 17 16 15 9 5 2

**Задача 10.**

1000

1000

19 1 3 8 14 21 24 4 25 6 9 35 8 14 30 29 26 6 12 36 33 7 32 37 23 32 33  
17 8 3 15 3 19 26 31 31 24 26 22 34 39 29 36 2 1 16 27 24 35 38 22 38 36  
30 9 13 9 6 25 23 28 7 37 22 32 6 17 22 23 39 5 1 25 18 38 4 11 31 36 7  
5 10 22 10 22 18 7 29 17 19 23 18 1 40 6 32 33 15 11 36 40 5 1 36 34 22  
13 19 32 6 2 19 11 18 19 19 26 27 1 14 39 28 6 5 17 27 40 26 13 7 11 37  
20 1 8 40 9 26 16 40 5 29 37 12 17 4 8 23 21 28 6 7 14 38 37 13 40 37 20  
8 22 28 7 26 35 6 39 11 11 19 10 1 12 2 10 11 31 35 28 13 19 17 5 25 2 5  
23 23 5 35 40 13 7 9 19 17 23 12 17 12 6 38 13 2 18 6 36 13 29 26 22 5 9  
7 29 5 24 22 24 31 23 17 6 17 19 37 34 3 24 33 28 19 19 17 8 22 5 3 8 36  
10 11 35 19 13 36 4 40 21 14 34 2 29 26 29 29 32 36 23 21 12 33 30 36 38  
4 27 33 39 7 1 21 14 28 22 13 22 28 4 24 34 35 23 10 39 27 31 33 28 19  
31 9 20 28 25 17 22 39 21 10 9 12 1 14 13 14 28 1 5 16 7 5 33 39 28 18  
11 20 38 12 13 35 5 20 17 32 1 27 4 5 32 24 7 34 16 23 34 9 37 26 40 31  
28 13 13 26 16 22 1 8 7 2 2 10 37 15 7 21 37 22 13 2 37 1 25 24 38 39 24  
6 24 2 23 12 13 23 7 33 8 31 16 20 27 36 39 30 22 38 37 1 16 14 13 16 14  
38 34 28 28 29 29 18 38 35 25 6 20 30 38 15 9 14 13 7 6 33 16 2 3 35 2 1  
3 23 30 11 30 7 39 15 29 19 6 19 3 39 23 32 12 33 11 33 40 23 33 3 1 6  
11 21 23 33 26 33 28 28 16 15 6 14 17 13 32 23 26 30 8 35 4 8 11 24 30  
10 25 10 1 20 30 27 10 24 37 19 33 37 34 13 32 16 24 8 26 39 17 38 1 17  
37 4 35 7 3 4 10 39 4 16 9 18 27 36 25 19 4 34 16 14 31 30 36 36 3 29 24  
4 38 32 34 27 9 24 24 27 32 4 21 34 9 35 34 18 5 14 29 29 23 8 35 24 23  
28 27 7 9 40 4 15 20 6 1 13 23 22 10 3 12 39 28 1 13 23 5 37 37 18 31 29  
40 36 22 31 37 10 5 22 38 17 18 33 1 6 15 4 34 22 36 23 5 26 17 24 21 35  
11 1 24 31 11 31 9 15 16 25 25 10 16 13 18 28 6 35 22 36 40 7 8 2 3 15  
23 9 25 14 19 38 11 3 40 5 38 8 6 28 24 26 31 30 19 25 7 23 6 17 21 22 3  
26 35 4 33 23 28 37 9 1 31 2 7 28 40 13 14 13 30 39 30 35 12 15 17 19 23  
19 9 1 4 8 34 37 35 26 9 36 13 16 20 10 19 23 36 30 24 31 26 34 9 33 27  
23 33 9 14 20 28 14 40 10 28 8 38 23 8 10 33 14 4 18 1 15 19 21 16 29 20  
27 36 33 34 15 32 11 21 11 4 27 13 29 9 39 17 11 22 12 26 13 22 14 38 12  
31 31 32 13 5 13 34 25 1 2 19 8 17 14 16 27 2 38 6 7 2 15 10 2 39 9 39 5

4 7 5 22 35 22 25 2 19 9 7 32 33 28 29 7 21 10 34 9 36 40 11 25 8 32 11  
16 21 30 15 36 14 30 22 35 37 38 13 35 29 15 8 34 31 15 15 14 27 4 22 29  
15 31 10 4 36 21 15 4 12 10 21 29 35 12 18 4 7 34 11 24 37 40 20 21 32  
18 34 34 17 38 29 18 9 26 21 24 21 18 40 17 23 10 24 20 35 19 40 20 37  
11 8 34 33 39 33 16 12 29 13 18 27 21 27 15 21 4 21 10 31 34 24 29 35 35  
1 28 16 40 27 13 19 15 37 6 31 36 25 10 33 6 13 32 6 22 30 2 24 10 40 31  
38 31 30 4 28 19 39 39 39 6 40 12 3 40 40 13 25 21 25 26 19 12 17 25 22  
32 24 14 5 39 5 7 40 36 16 29 25 33 19 12 38 27 11 28 6 1 29 7 23 18 18  
3 26 15 13 27 14 5 22 36  
11 6 8 1 2 12 6 1 11 3 7 15 1 5 12 13 5 8 6 12 6 5 13 13 9 6 11 9 6 7 6  
5 5 10 10 9 12 7 10 8 14 10 12 2 7 9 5 7 13 12 10 13 13 6 9 6 9 2 9 13 8  
7 13 12 15 2 8 9 12 10 10 7 5 4 14 5 10 11 16 10 1 3 13 2 4 10 9 7 10 12  
8 9 7 14 10 6 15 9 5 12 9 6 4 9 11 12 7 7 8 3 5 6 4 8 12 4 11 10 7 3 10  
7 8 10 12 8 17 8 4 8 8 8 5 3 8 13 8 12 8 10 2 8 7 6 6 1 5 5 10 13 4 4 10  
8 9 10 15 12 7 2 12 7 3 10 13 4 9 10 9 7 5 9 2 5 2 11 8 9 10 10 11 11 7  
8 3 3 7 13 2 16 15 4 5 4 6 12 5 7 11 2 10 13 6 2 7 5 10 5 6 8 9 5 10 5 8  
1 9 12 5 9 4 5 8 11 10 8 11 6 6 7 13 10 7 8 10 6 5 4 10 15 11 2 14 11 5  
9 2 17 4 5 9 2 8 10 14 11 14 12 9 6 11 12 7 7 12 8 5 10 12 1 6 5 11 7 7  
2 9 14 4 8 15 13 10 11 14 10 9 14 10 6 9 9 13 11 14 5 13 14 7 7 3 9 3 11  
8 4 7 0 2 11 2 10 7 8 8 5 2 5 9 11 6 9 10 6 10 14 1 7 3 2 7 11 7 15 5 5  
8 8 9 10 10 9 12 8 4 8 9 11 2 7 3 7 5 5 7 12 9 4 8 12 2 9 14 9 12 7 10 9  
13 3 13 3 13 9 8 5 5 8 1 9 4 7 5 13 16 10 5 9 15 2 6 4 7 7 6 9 11 12 14  
13 14 7 15 7 11 10 11 14 13 12 6 7 11 9 8 12 12 0 0 9 1 1 3 10 14 9 13 6  
9 6 10 10 4 5 3 13 9 15 2 6 8 9 13 13 13 7 2 8 8 12 6 11 11 12 11 13 3 5  
2 11 4 4 12 7 8 13 3 14 4 1 3 4 6 2 11 10 5 8 15 6 7 4 15 7 6 7 6 9 11 8  
10 3 12 8 11 11 7 5 13 9 12 5 2 6 8 9 5 9 1 11 7 13 7 3 4 6 6 4 8 9 13  
11 2 14 8 8 9 15 7 6 2 7 12 5 11 0 11 7 8 15 11 7 8 9 7 14 4 8 14 12 4  
10 5 3 3 8 2 6 6 8 0 7 9 12 8 9 10 9 9 3 4 5 5 10 15 5 13 9 14 11 12 11  
9 5 1 10 10 8 10 10 7 5 12 9 14 13 15 12 1 8 4 12 6 10 7 8 4 12 6 6 4 11  
9 12 14 6 6 3 10 5 7 9 8 16 13 9 3 4 5 11 8 9 8 5 5 16 5 8 16 2 12 7 1  
12 5 14 14 7 12 8 6 10 2 12 10 12 3 7 14 6 12 9 6 13 6 5 10 2 6 5 9 6 5  
7 11 16 8 14 10 9 3 3 9 4 3 7 7 4 13 11 13 5 2 8 7 12 9 6 4 10 11 11 10  
15 7 7 3 11 9 10 11 7 5 4 11 8 8 11 8 9 14 4 6 3 9 3 3 5 0 8 7 12 9 7 5  
10 11 11 15 4 10 4 13 2 8 5 8 5 5 16 12 7 5 4 13 6 13 7 12 3 14 6 10 10  
2 9 15 6 9 1 4 5 3 3 7 10 1 12 3 4 4 5 9 1 13 10 14 4 3 8 6 12 16 12 8 4  
10 1 9 6 6 9 6 3 11 6 11 10 15 11 4 8 3 7 8 8 6 8 5 9 2 12 12 8 13 9 7 8  
13 3 9 6 13 5 6 11 5 5 8 7 7 13 7 0 12 5 9 7 3 9 5 9 15 8 3 4 7 6 8 8 16  
11 5 12 10 5 12 6 11 14 9 10 9 5 11 6 5 10 14 7 10 9 13 4 15 6 10 5 8 11  
3 6 14 16 8 3 8 11 7 5 10 10 14 7 6 4 10 10 14 14 7 13 10 9 8 7 6 8 14 3  
12 8 15 10 10 11 13 10 13 8 8 10 3 7 14 0 11 7 16 10 13 10 8 3 10 6 13  
12 8 1 15 7 6 11 11 11 12 13 5 13 8 9 3 6 6 14 10 2 5 14 5 9 10 12 7 10  
7 10 6 2 14 8 8 12 10 0 12 9 4 11 5 8 10 12 10 13 5 2 5 14

**Оптимальное значение критерия: 1240**

**Номера заказов оптимального решения:**

995 994 992 988 986 985 972 971 969 956 953 944 930 928 924 915 908 906  
890 882 873 857 856 850 848 838 836 831 808 799 796 791 790 788 786 783  
781 769 745 720 718 712 687 686 679 669 668 666 660 657 651 642 638 632  
629 628 626 621 606 594 593 592 591 573 570 567 566 565 560 548 543 539  
526 515 507 505 504 500 497 477 476 469 460 448 447 446 435 428 426 423  
422 415 414 413 410 406 390 372 364 362 357 356 353 352 350 349 338 333  
327 323 320 312 304 303 292 284 279 273 271 266 261 252 241 239 238 237  
235 228 223 213 212 206 204 201 185 183 176 174 172 169 168 137 135 134  
130 124 123 119 111 103 102 95 93 87 80 77 76 72 71 62 57 55 45 44 32 30  
18 11 3 2

## Список литературы

1. Гэри М., Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. - М.: Мир, 1982.
2. Коган Д.И. Динамическое программирование и дискретная многокритериальная оптимизация: Учебное пособие. Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2005. (серия «Модели и методы конечномерной оптимизации»; вып.3).

Лев Григорьевич **Афраймович**

**ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В  
ОБЛАСТИ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ. ЧАСТЬ 2**

*Практикум*

Федеральное государственное автономное  
образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский  
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»  
**603950, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23.**