

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Национальный исследовательский
Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского
Балахнинский филиал
Кафедра прикладной информатики, информационных технологий,
радио- и электротехники**

Техническая механика

Тема 3. Теоретическая механика. Кинематика точки

**Рекомендовано методической комиссией Балахнинского филиала ННГУ
студентам, обучающимся по программе бакалавриата по направлению
13.03.02 Электроэнергетика и электротехника**

**Нижний Новгород
2021**

УДК 531

ББК 22.21

Ш95

Ш95 Техническая механика. Тема 3. Теоретическая механика. Кинематика точки. Учебно-методическое пособие в форме презентации. Составитель – Шуваев Д.Н. – Н.Новгород: ННГУ, 2021. – 23 с.

Пособие содержит методический и теоретический материал по разделу курса «Техническая механика», посвящённому вопросам кинематики точки. Настоящее пособие является первой частью учебно-методических материалов по кинематике.

Курс «Техническая механика» входит в обязательную часть учебного плана бакалавриата по направлению «Электроэнергетика и электротехника».

Пособие предназначено для студентов, проходящих подготовку по указанному направлению в подразделениях классического университета, а также может быть использовано студентами, аспирантами и магистрантами, занимающимися по иным направлениям подготовки.

Рецензент – д.ф.-м.н., профессор Д.Т. Чекмарёв

Рекомендовано методической комиссией Балахнинского филиала ННГУ студентам, обучающимся по программе бакалавриата по направлению 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника

© Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского, 2021

© Шуваев Д.Н., 2021

Предисловие

Пособие содержит учебно-методические материалы части курса «Техническая механика», посвящённого кинематике точки, составленного на основе соответствующего раздела классического университетского курса теоретической механики. При этом курс технической механики в целом ориентирован на выполнение основных задач подготовки бакалавров по направлению 13.03.02 Электроэнергетика и электротехника, включая формирование заявленных компетенций.

Изучение курса «Техническая механика» должно позволить студентам:

- систематизировать знания в этой области;
- понимать, оценивать и рассчитывать движение элементов реальных машин и механизмов, применяющихся в различных электрорадиотехнических устройствах;
- приобрести компетенции, определяющие современного специалиста.

Решая упомянутые задачи, по-видимому, можно приблизиться и к стратегической цели курса: развитию и совершенствованию как *технической*, так и *общей научной культуры* молодых специалистов.

Составитель настоящим уведомляет, что учебно-методическая разработка составлена им и используется при чтении курса лекций и проведении практических занятий.

Ни одна из частей пособия не используется автором в коммерческих целях и не может быть использована в таких целях иными лицами.

3. Теоретическая механика

Кинематика точки

Кинематика

Кинематика – раздел механики изучающий движение твёрдых тел с чисто геометрических позиций, т.е. без учёта причин, вызвавших это движение.

Кинематика – геометрия во времени.

Основные понятия:
траектория, скорость, ускорение,
закон движения

Кинематика точки

Def: Материальная точка – АТТ, размерами которого в условиях данной задачи можно пренебречь.

Def: Задание движения = закон движения

Def: Закон движения

Def: Траектория точки –
годограф радиус-вектора.

Прямолинейное, криволинейное, плоское,
пространственное движение

Кинематика точки

Способы задания движения

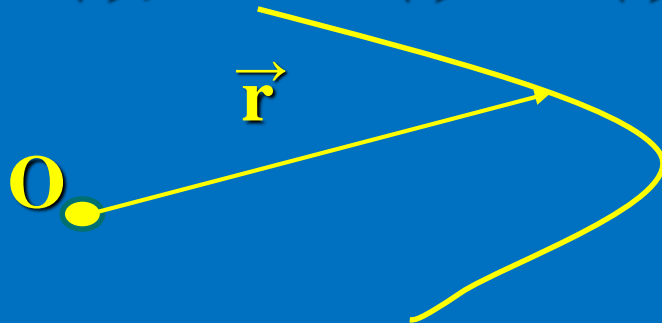
1). Координатный

a) $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ – прямоугольная декартова

b) $r = r(t)$, $\varphi = \varphi(t)$ – полярная система координат

2). Векторный

$$\vec{r} = \vec{r}(t), \quad \vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$



Кинематика точки

Способы задания движения

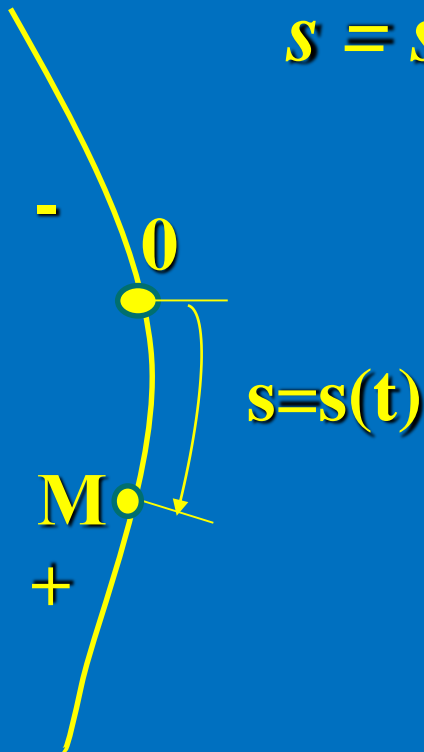
3). Естественный

$$s = s(t), 0, \ll + \gg \text{ и } \ll - \gg$$

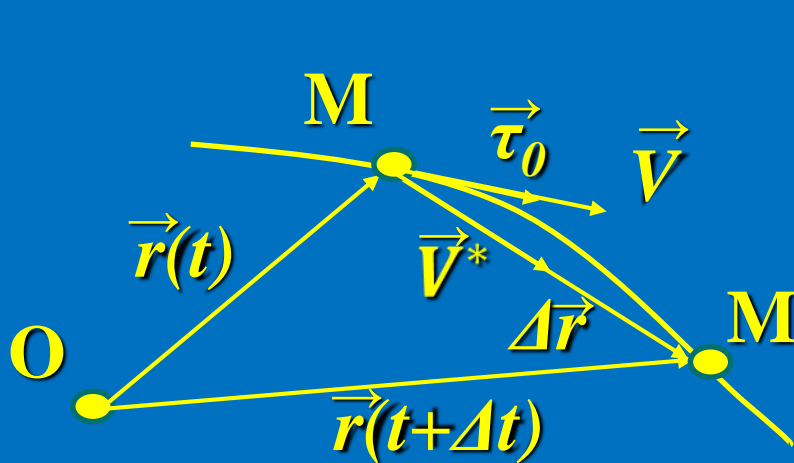
Уравнение траектории

а) в параметрической форме

б) в координатной форме



СКОРОСТЬ ТОЧКИ



$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}(t + \Delta t) - \vec{r}(t)$$

$$\vec{V}^* = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

$$\vec{V} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}, \quad \vec{V} = \vec{V}(V_x, V_y, V_z)$$

$$\vec{V} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}, \quad \vec{V} = V_x \vec{i} + V_y \vec{j} + V_z \vec{k}$$

СКОРОСТЬ ТОЧКИ

$$\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$$

$$\vec{V} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$$

$$\vec{V} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$$

$$V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}, \quad \cos(\vec{V}, Ox) = \frac{V_x}{V} = \frac{\dot{x}}{V}$$

$$V^2 = V_x^2 + V_y^2 + V_z^2$$

Def: равномерное и неравномерное движение

Прямолинейное движение

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$|\vec{V}| = \left| \frac{d\vec{r}}{dt} \right| = V = \frac{dx}{dt} = \dot{x} = V_x = \dot{s},$$

Закон равномерного движения

$$V = V_0 = \text{const}$$

$$\frac{dx}{dt} = V_0, \quad dx = V_0 dt, \quad x = V_0 t + C,$$

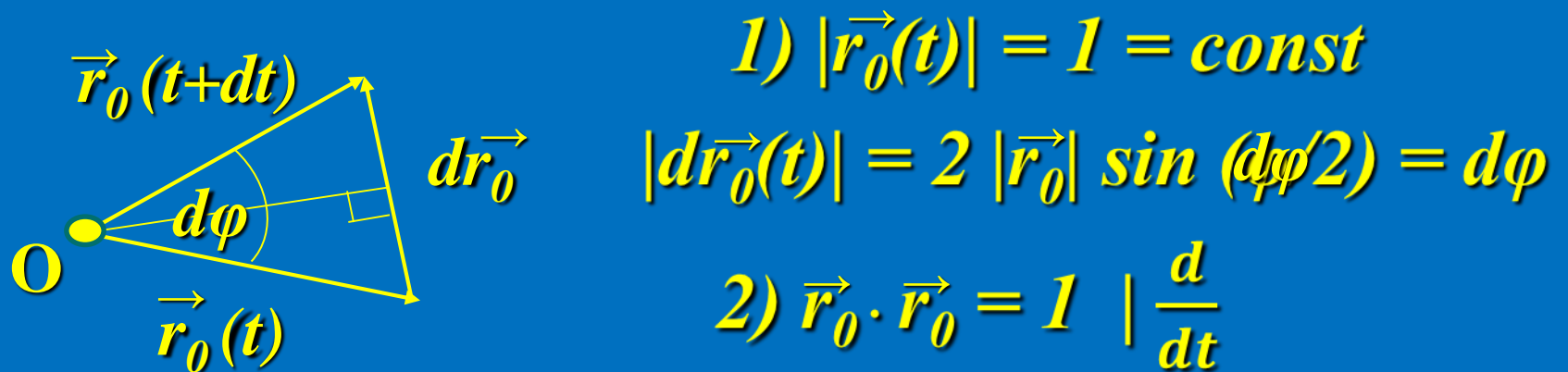
Н.у.: пусть при $t = 0$, $x = x_0$

$$\text{тогда } x = V_0 t + x_0$$

Замечание 1

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}}{ds} \frac{ds}{dt} = \dot{s} \frac{d\vec{r}}{ds} = \frac{ds}{dt} \vec{\tau}_0 = V \vec{\tau}_0$$

Замечание 2

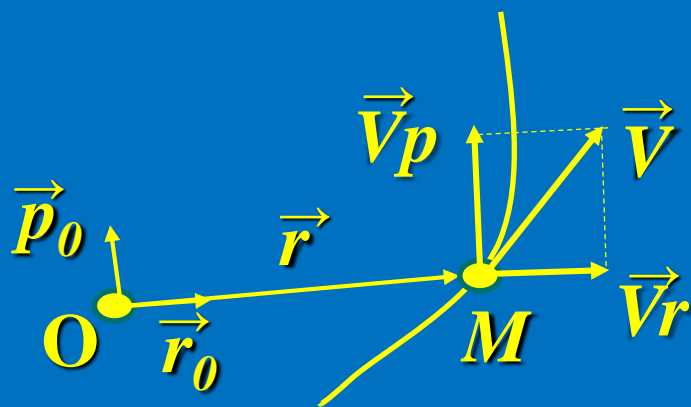


$$2\vec{r}_0 \frac{d\vec{r}_0}{dt} = 0 \rightarrow \vec{r}_0 \cdot d\vec{r}_0 = 0 \rightarrow \vec{r}_0 \perp d\vec{r}_0, \quad d\vec{r}_0 \uparrow \uparrow \vec{p}_0$$

$$3) \frac{d\vec{r}_0}{dt} = \frac{d\varphi}{dt} \vec{p}_0 = \dot{\varphi} \vec{p}_0$$

Разложение вектора скорости

на радиальную и тангенциальную составляющие



$$\vec{r} = r(t) \vec{r}_0(t)$$

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} =$$

$$= \frac{dr}{dt} \vec{r}_0 + r \frac{d\vec{r}_0}{dt} =$$

$$= \dot{r} \vec{r}_0 + r \dot{\varphi} \vec{p}_0 = \vec{V}_r + \vec{V}_p$$

$$\vec{V}_r = \dot{r} \vec{r}_0$$

$$V_r = \dot{r}$$

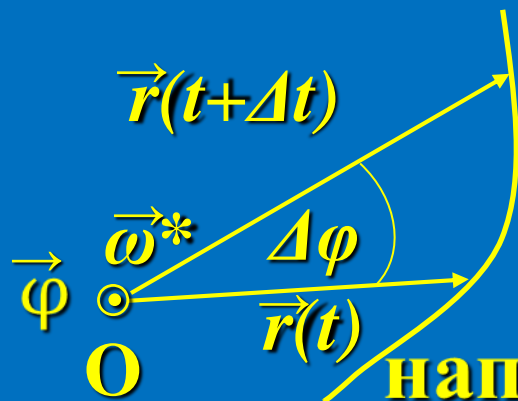
$$\vec{V}_p = r \dot{\varphi} \vec{p}_0$$

$$V_p = r \dot{\varphi}$$

$$V^2 = V_r^2 + V_p^2$$

Угловая скорость

$\vec{\omega}^* = \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t}$ – средняя угловая скорость



$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} = \dot{\vec{\varphi}}$$

$\vec{\omega}$ как вектор:

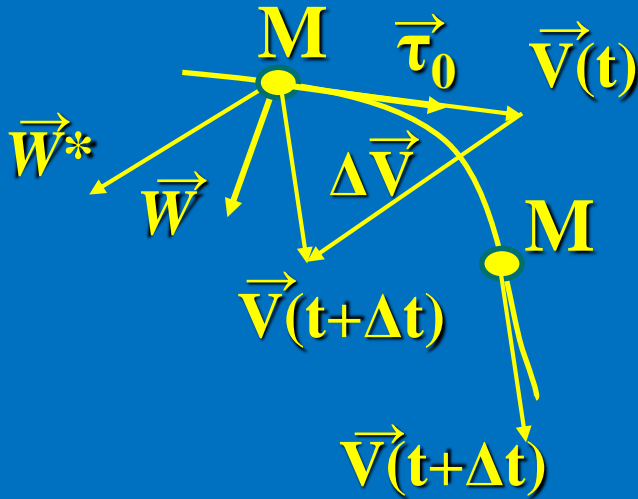
направление и линия действия
мгновенной угловой скорости

Скорость в круговом движении

$$\vec{V} = \dot{r}\vec{r}_0 + r\dot{\varphi}\vec{p}_0, \quad r = R = const \rightarrow$$

$$\vec{V} = R\dot{\varphi}\vec{p}_0 \quad V = \omega R$$

Ускорение точки



$$\vec{W}^* = \frac{\vec{V}(t + \Delta t) - \vec{V}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t}$$

$$\vec{W} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}}$$

$$\vec{r} = \vec{r}(t) : \quad \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2 x}{dt^2} \vec{i} + \frac{d^2 y}{dt^2} \vec{j} + \frac{d^2 z}{dt^2} \vec{k}$$

$$W_x = \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{dV_x}{dt} = \dot{V}_x = \ddot{x}$$

$$\cos(\vec{W}, \vec{Ox}) = W_x / W$$

$$W^2 = W_x^2 + W_y^2 + W_z^2$$

Сопровождающий трёхгранник

Естественная система координат



$$k = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} (\Delta\theta/\Delta s) = \frac{d\theta}{ds} - \text{кривизна, } \rho = 1/k - \text{радиус}$$

Соприкасающаяся, нормальная, спрямляющая плоскости

Разложение вектора ускорения

по осям естественной системы координат

$$\vec{W} = \frac{d\vec{V}}{dt}, \quad \vec{V} = V\vec{\tau}_0, \quad \frac{d\vartheta}{ds} = \frac{1}{\rho}, \quad \frac{ds}{dt} = V$$

$$\vec{W} = \frac{d(V\vec{\tau}_0)}{dt} = \frac{dV}{dt}\vec{\tau}_0 + V\frac{d\vec{\tau}_0}{dt}$$

$$\frac{d\vec{\tau}_0}{dt} \uparrow\uparrow \vec{n}_0 \perp \vec{\tau}_0, \quad d\vec{\tau}_0 = d\vartheta \vec{n}_0, \quad |d\vec{\tau}_0| = d\vartheta$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \frac{d\vartheta}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{V}{\rho}$$

$$\frac{d\vec{\tau}_0}{dt} = \frac{d\vec{\tau}_0}{ds} \frac{ds}{dt} = \frac{\vec{n}_0}{\rho} V$$

Разложение вектора ускорения

по осям естественной системы координат

$$\vec{W} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{dV}{dt} \vec{\tau}_0 + \frac{V^2}{\rho} \vec{n}_0,$$

$$\vec{W}_\tau = \frac{dV}{dt} \vec{\tau}_0,$$

$$\vec{W}_n = \frac{V^2}{\rho} \vec{n}_0$$

$$\vec{W} = \vec{W}_\tau + \vec{W}_n$$

$$W^2 = W_\tau^2 + W_n^2$$

Замечание-вопрос: $\left| \frac{d\vec{V}}{dt} \right| = \frac{d|\vec{V}|}{dt} ?$

Закон равномерного движения

$$V = V_0 = \text{const}$$

$$V = \frac{ds}{dt}$$

$$S = V_0 t + S_0$$

Закон равнопеременного движения

$$W_\tau = W_{\tau 0} = \text{const}$$

$$W_\tau = \frac{dV}{dt} \quad dV = W_{\tau 0} dt$$

$$V = W_{\tau 0} t + V_0$$

$$S = W_{\tau 0} \frac{t^2}{2} + V_0 t + S_0$$

Угловое ускорение и ускорение

ТОЧКИ В КРУГОВОМ ДВИЖЕНИИ

$$V = \omega R$$

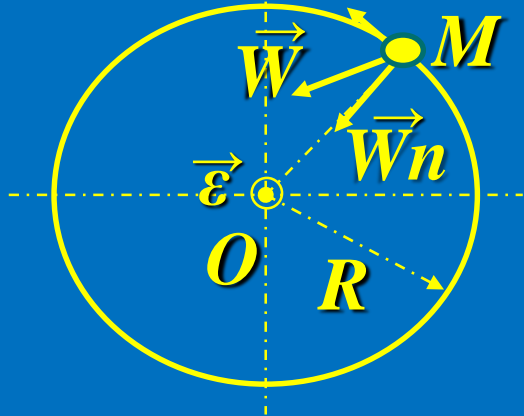
$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \dot{\vec{\omega}} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2} = \ddot{\vec{\varphi}}$$

$$\vec{\varepsilon} = \varepsilon \vec{\varepsilon}_0, \quad \vec{\varepsilon}_0 = \text{const}, \quad \frac{d\omega}{dt} = \varepsilon$$

$$W_\tau = \frac{dV}{dt} = \frac{d\omega}{dt} R = \frac{d^2\varphi}{dt^2} R = \varepsilon R$$

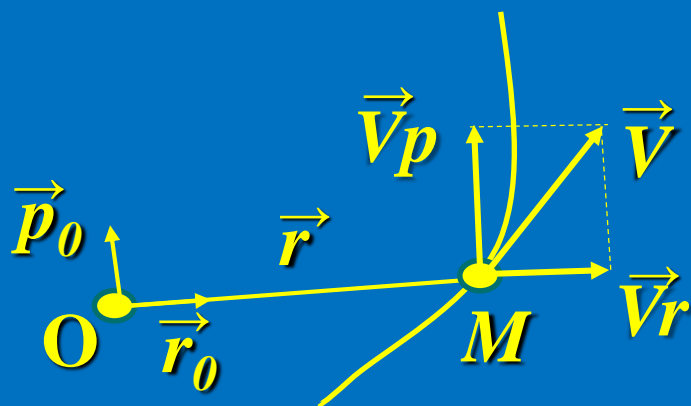
$$W_n = \frac{V^2}{\rho} = \frac{V^2}{R} = \omega^2 R$$

$$W^2 = W_\tau^2 + W_n^2$$



Разложение вектора скорости

на радиальную и тангенциальную составляющие



$$\vec{r} = r(t) \vec{r}_0(t)$$

$$\vec{V} = \frac{d\vec{r}}{dt} =$$

$$= \frac{dr}{dt} \vec{r}_0 + r \frac{d\vec{r}_0}{dt} =$$

$$= \dot{r} \vec{r}_0 + r \dot{\varphi} \vec{p}_0 = \vec{V}_r + \vec{V}_p$$

$$\vec{V}_r = \dot{r} \vec{r}_0$$

$$V_r = \dot{r}$$

$$\vec{V}_p = r \dot{\varphi} \vec{p}_0$$

$$V_p = r \dot{\varphi}$$

$$V^2 = V_r^2 + V_p^2$$

Разложение вектора ускорения

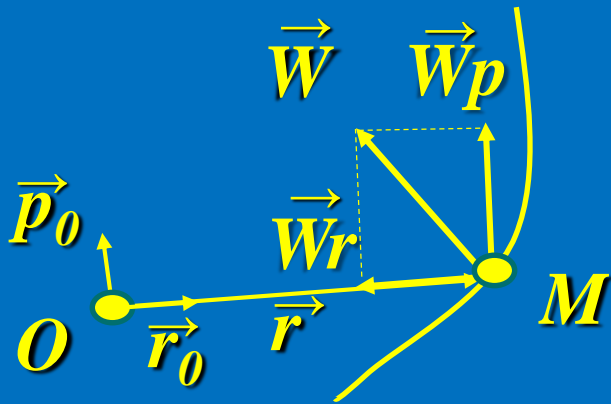
на радиальную и тангенциальную составляющие

$$\vec{V} = \dot{r}\vec{r}_0 + r\dot{\varphi}\vec{p}_0,$$

$$\begin{aligned}\vec{W} &= \frac{d\vec{V}}{dt} = \frac{d\dot{r}}{dt}\vec{r}_0 + \dot{r}\frac{d\vec{r}_0}{dt} + \\ &+ \frac{dr}{dt}\dot{\varphi}\vec{p}_0 + r\frac{d\dot{\varphi}}{dt}\vec{p}_0 + r\dot{\varphi}\frac{d\vec{p}_0}{dt} = \\ &= \ddot{r}\vec{r}_0 + \dot{r}\dot{\varphi}\vec{p}_0 + \dot{r}\dot{\varphi}\vec{p}_0 + r\ddot{\varphi}\vec{p}_0 - r\dot{\varphi}^2\vec{r}_0 = \\ &= (\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2)\vec{r}_0 + (r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi})\vec{p}_0 = \vec{W}_r + \vec{W}_p \\ \vec{W} &= \vec{W}_r + \vec{W}_p \quad W^2 = W_r^2 + W_p^2\end{aligned}$$

Разложение вектора ускорения на радиальную и тангенциальную составляющие

$$(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2)\vec{r}_0 + (r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi})\vec{p}_0 = \vec{W}_p + \vec{W}_r$$



$$\vec{W}_r = (\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2)\vec{r}_0$$

$$\vec{W}_p = (r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi})\vec{p}_0$$

$$\vec{W} = \vec{W}_r + \vec{W}_p$$

Техническая механика

**Тема 3. Теоретическая механика.
Кинематика точки**

**Учебно-методическое пособие
в форме презентации**

**Нижний Новгород
2021**