

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский
Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского»

**ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ
АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ С
ПЛОСКОЙ ГРАНИЦЕЙ**

Практикум

Рекомендовано методической комиссией радиофизического факультета для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 03.03.03 «Радиофизика», 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии» и специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем»

Нижний Новгород
2021

УДК 534.231(076)

ББК В32я73-5

И 87

И 87 ИССЛЕДОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ С ПЛОСКОЙ ГРАНИЦЕЙ. Авторы: Гурбатов С.Н., Грязнова И.Ю., Демин И.Ю., Клемина А.В., Курин В.В., Прончатов-Рубцов Н.В., Сидоров К.А. Практикум. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2021. – 26 с.

Рецензент: к.ф.-м.н., доцент **А.В. Клюев**

Практикум посвящен исследованию пространственного распределения звукового поля источника, находящегося в однородной жидкой среде вблизи "мягкой" почти полностью отражающей границы раздела.

При выполнении работы студенты знакомятся с линейной теорией отражения плоских и сферических акустических волн от плоской границы раздела двух жидких однородных сред. Производят расчеты интерференционной структуры звукового поля на нескольких горизонтах приема, экспериментально снимают распределение звукового давления и сопоставляют его с рассчитанной картиной акустического поля.

Практикум предназначен для студентов ННГУ, обучающихся по направлениям подготовки 03.03.03 «Радиофизика», 02.03.02 «Фундаментальная информатика и информационные технологии» и специальности 10.05.02 «Информационная безопасность телекоммуникационных систем».

Ответственный за выпуск:

зам. председателя методической комиссии радиофизического факультета
ННГУ д.ф.-м.н., профессор **Е.З. Грибова**

УДК 534.231(076)

ББК В32я73-5

© Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского, 2021

СОДЕРЖАНИЕ

Общие сведения	4
а) Звуковые волны.....	4
б) Отражение плоской звуковой волны от границы раздела двух жидких сред	8
в) Отражение и преломление сферической волны на плоской границе раздела двух жидких сред.....	12
г) Звуковое поле подводного излучателя, расположенного вблизи поверхности жидкости.....	15
Описание эксперимента.....	20
Задания.....	23
Список литературы	25

В практикуме исследуется пространственное распределение звукового поля источника, находящегося в однородной среде вблизи гладкой поверхности раздела воздух-вода. С этой целью необходимо:

- рассчитать звуковое поле источника в зависимости от расстояния и глубины погружения приемника,
- провести измерения пространственного распределения амплитуды звукового давления,
- сопоставить экспериментальные данные с рассчитанной картиной акустического поля.

Общие сведения

а) Звуковые волны

Колебательное движение в сжимаемой жидкости называется звуковыми волнами. При небольшой интенсивности звуковой волны колебательная скорость \vec{v} мала, малы и относительные изменения плотности ρ и давления p :

$$p = p_0 + p'; \quad \rho = \rho_0 + \rho', \quad (1)$$

где ρ_0, p_0 - постоянные равновесные плотность и давление жидкости, а ρ', p' - их изменение в звуковой волне ($\rho' \ll \rho_0, p' \ll p_0$). Исходными уравнениями в акустике являются уравнение непрерывности и уравнение Эйлера [1]:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \vec{v} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \nabla) \vec{v} = -\frac{\nabla p}{\rho}. \quad (3)$$

При подстановке в них (1) и пренебрежении малыми величинами второго порядка малости эти уравнения принимают вид

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \rho_0 \operatorname{div} \vec{v} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\nabla p'}{\rho_0} = 0. \quad (5)$$

Условие применимости линеаризованных уравнений движения (4) и (5) заключается в малости скорости движения частиц жидкости в волне по

сравнению со скоростью звука: $v \ll C$.

Звуковая волна в идеальной жидкости является адиабатическим процессом, то есть в ней не изменяется энтропия S . Поэтому малое изменение p' связано с малым изменением ρ' уравнением:

$$p' = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho_0} \right)_S \rho'. \quad (6)$$

Заменив ρ' на p' в уравнении (4), получим:

$$\frac{\partial p'}{\partial t} + \rho_0 \left(\frac{\partial p}{\partial \rho_0} \right)_S \operatorname{div} \vec{v} = 0. \quad (7)$$

Два уравнения (5) и (7) полностью описывают звуковую волну, для того, чтобы выразить все неизвестные величины через одну из них, удобно ввести потенциал скорости $\vec{v} = \operatorname{grad} \varphi$. Из уравнения (5) получим:

$$p' = -\rho_0 \frac{\partial \varphi}{\partial t}. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (7) найдем уравнение

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} - c^2 \Delta \varphi = 0. \quad (9)$$

которому должен удовлетворять потенциал φ ; здесь введено обозначение

$$c = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_S}. \quad (10)$$

Уравнение вида (9) называется волновым, а c - скоростью звука. Применив к (9) операцию grad , найдем, что такому же уравнению удовлетворяет каждая из трех компонент скорости \vec{v} , а взяв производную по времени от (9), найдем, что волновому уравнению удовлетворяет и давление p' (а потому и ρ').

Весьма важным случаем волн являются монохроматические волны, в которых все величины являются простыми периодическими (гармоническими) функциями времени. Такие функции обычно бывает удобно писать в виде вещественной части комплексного выражения:

$$\varphi = \operatorname{Re}\{\varphi_0(x, y, z)e^{-i\omega t}\}, \quad (11)$$

где $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ – циклическая частота, функция φ_0 удовлетворяет

уравнению Гельмгольца,

$$\Delta\varphi_0 + k^2\varphi_0 = 0, \quad (12)$$

получаемого при подстановке (11) в (9), $k = \omega/c$ – волновое число.

Рассмотрим два простейших решения уравнения (12) для случая однородной среды ($k = const$):

1. Сферическая волна, характеризующая поле точечного ненаправленного источника (в виде пульсирующей сферы малого по сравнению с длиной волны звука радиуса):

$$\varphi = -\frac{V_0}{4\pi R} e^{ikR}, \quad (13)$$

где $R = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$; $V_0 = 4\pi a^2 v_0$ – объемная скорость источника; a – радиус колеблющейся сферы. Источник звука предполагается расположенным в начале координат. В выражении (13) для сокращения записи опущен множитель $e^{-i\omega t}$, что мы будем делать и в дальнейшем.

2. другим простым и важным решением уравнения (12) является плоская волна:

$$\varphi = A \exp\{i(k_x x + k_y y + k_z z)\}, \quad (14)$$

где A – амплитуда волны, k_x, k_y, k_z – компоненты волнового вектора по осям x, y и z , удовлетворяющих соотношению:

$$k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2. \quad (15)$$

В бегущей плоской волне скорость v связана с давлением p' и плотность ρ' простыми соотношениями

$$v = \frac{p'}{\rho c}; v = \frac{c\rho'}{\rho}. \quad (16)$$

Решение (14) в виде плоской волны очень важно, т.к. на достаточно больших расстояниях от источника и в достаточно малой области звуковое поле во многих случаях можно представить в виде плоской волны или суперпозиции плоских волн.

б) Отражение плоской звуковой волны от границы раздела двух жидких сред

Когда звуковая волна падает на границу раздела между двумя различными средами, она отражается и преломляется. Движение в первой среде является наложением двух волн (падающей и отраженной), а во второй среде имеется одна (преломленная) волна. Связь между всеми тремя волнами определяется граничными условиями на поверхности раздела.

Рассмотрим отражение и преломление монохроматической плоской продольной волны в случае плоской границы раздела. Плоскость X, Y выберем в качестве граничной (Рис.1. Положительное направление оси Z выберем вниз).

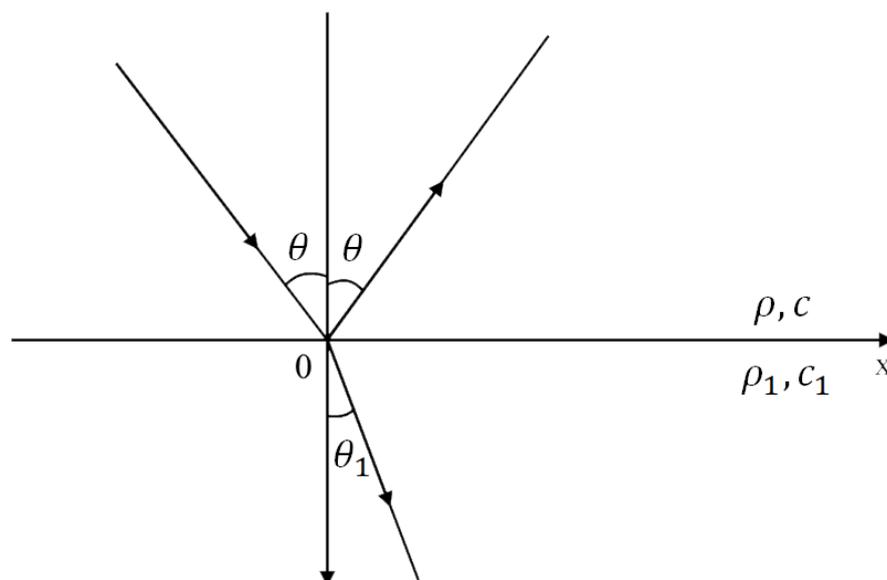


Рис 1. К выводу выражения для коэффициентов отражения и прозрачности

Обозначим плотность верхней и нижней сред соответственно через ρ и ρ_1 , скорости звука c и c_1 , угол падения волны на границу θ . Легко видеть, что все три волны - падающая, отраженная и преломленная будут иметь одинаковые частоты ω , и одинаковые компоненты k_x и k_y волнового вектора \mathbf{k} (но не компоненту k_z по направлению, перпендикулярному к плоскости раздела). Действительно, в неограниченной однородной среде монохроматическая волна с постоянными \mathbf{k} и ω – является решением

уравнения движения (12). При наличии границы раздела добавляются лишь граничные условия, которые в нашем случае относятся к $z=0$, т.е. не зависят от времени, ни от координат x, y . Поэтому зависимость решения от t и от x, y остается неизменной во всем пространстве и времени, т.е. ω, k_x, k_y , остаются теми же, какими они были в падающей волне. Звуковое давление в падающей волне запишем в виде

$$p_i = \exp[ik(x \sin\theta + z \cos\theta)]; k = \omega/c, \quad (17)$$

(как видно из (8), в гармонической волне звуковое давление p и звуковой потенциал φ отличаются на постоянный множитель, и по этому по существу, безразлично, что из них задавать)

Отраженная волна будет

$$p_r = V \exp[ik(x \sin\theta - z \cos\theta)], \quad (18)$$

где V – коэффициент отражения.

Поле преломленной волны в нижней среде запишется в виде

$$p_i = W \exp[ik_1(x \sin\theta_1 + z \cos\theta_1)]; k_1 = \omega/c_1, \quad (19)$$

где W – коэффициент прозрачности, θ_1 – угол преломления, а полное поле в верхней среде равно:

$$\begin{aligned} p &= p_i + p_r = \\ &= [\exp(ikz \cos\theta) + V \exp(-ikz \cos\theta)] \exp(ikx \sin\theta). \end{aligned} \quad (20)$$

Величины V, W, θ определяются из условий непрерывности звукового давления и вертикальной составляющей скорости:

$$\left. \begin{aligned} p &= p_i \\ v_z &= v_{iz} \end{aligned} \right\} z = 0. \quad (21)$$

Или учитывая (8):

$$\left. \begin{aligned} p &= p_1 \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} &= \frac{1}{\rho_i} \frac{\partial p_i}{\partial z} \end{aligned} \right\} z = 0.$$

Подставляя (19) и (20) в (21), после несложных преобразований находим для коэффициентов отражения V и преломления W [2]:

$$V = \frac{m \cos\theta - \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}{m \cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}$$

$$\frac{\sin\theta}{\sin\theta_i} = n, \quad (22)$$

$$W = \frac{2m \cos\theta}{m \cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}},$$

где $m = \rho_1/\rho$ – отношение плотности сред, $n = \frac{k_1}{k} = \frac{c}{c_1}$ – показатель

преломления границы, θ – угол падения.

Отметим некоторые свойства V и W :

1) При $\theta \rightarrow \pi/2$ имеем $V \rightarrow -1$ $W \rightarrow 0$ независимо от параметров сред;

2) При угле θ , удовлетворяющему условию $m \cos\theta - \sqrt{n^2 - \sin^2\theta} = 0$ коэффициент отражения обращается в нуль, что означает полную прозрачность границы.

3) Пусть n вещественно и меньше 1, а $\sin\theta > n$; в этом случае

$$V = \frac{m \cos\theta - i\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{m \cos\theta + i\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}. \quad (23)$$

Или $V = \exp(i\Phi)$; $\Phi = -2 \arctg \frac{\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{m \cos\theta}$.

Для модуля коэффициента отражения мы имеем $|V|=1$ – полное внутреннее отражение. Разница фаз для отраженной и прямой волн на границе дается величиной Φ . В случае $n > 1$ полное отражение отсутствует.

Рассмотрим случай падения звуковой волны из воды на ее поверхность. Плотность и скорость звука воды приблизительно равны $\rho_w = 1000 \text{ кг/м}^3$, $c_w = 1600 \text{ м/с}$, а воздуха, соответственно $\rho_a = 1.29 \text{ кг/м}^3$, $c_a = 331 \text{ м/с}$. Положим в (22) $m = \rho_a/\rho_w = 0.0013$; $n^2 = c_w^2/c_a^2 = 20.6$.

Максимум прозрачности будет при нормальном падении волны на границу ($\theta = 0$).

$$W = \frac{2m}{n} \cos\theta = \frac{2m}{n} \approx 5.7 \cdot 10^{-4}.$$

Поэтому часто используемое для этого случая равенство $V = -1$ справедливо с большой точностью.

Пусть теперь волна падает из воздуха в воду и $m = \rho_w / \rho_a = 770$; $n^2 = c_a^2 / c_w^2 = 0.048$. Так как m очень велико, то при всех θ , за исключением $\theta \rightarrow \pi/2$ имеем $m \cos\theta \gg 1$ и, следовательно, $V \approx 1$; $W \approx 2$. Это означает, что происходит практически полное отражение, причем у границы давление в отраженной волне по величине и по знаку равно давлению в падающей волне. Поэтому давление в прошедшей волне почти в 2 раза превышает давление в падающей волне.

Если рассматривать отражение и проникновение в другую среду энергии (а не звукового давления), то будет полная симметрия процессов перехода волны из воды в воздух и обратно, естественно будет удовлетворяться и закон сохранения энергии.

в) Отражение и преломление сферической волны на плоской границе раздела двух жидких сред

Трудность задачи об отражении и преломлении сферической волны на плоской границе раздела двух сред обуславливается различием между симметрией волны и видом границы. Естественно поэтому решать задачу, разложив сферическую волну на плоские.

Если точечный ненаправленный излучатель звука находится в безграничной однородной среде, то он создает в ней звуковое давление согласно формулам (8) и (13)

$$p = \frac{-i\omega\rho V_0}{4\pi R} \exp[i(kR - \omega t)]. \quad (24)$$

Опуская для краткости записи фактор $-(i\omega\rho v_0/4\pi) \exp(-i\omega t)$ имеем

$$p = \frac{1}{R} \exp(ikR). \quad (24')$$

Окончательные формулы всегда можно дополнить опущенным фактором.

Предположим, что излучатель находится в начале координат, т.е. $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. В плоскости $z = 0$ поле сферической волны имеет вид $\exp(ikr)/r$, где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. Разложим это поле в двойной интеграл фурье по переменным X и Y :

$$\frac{\exp(ikr)}{r} = \iint_{-\infty}^{\infty} A(k_x, k_y) \exp[i(k_x x + k_y y)] dk_x dk_y. \quad (25)$$

Для определения $A(k_x, k_y)$ имеем, согласно известным формулам:

$$(2\pi)^2 A(k_x, k_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(ikr)}{r} \exp[-i(k_x x + k_y y)] dx dy. \quad (26)$$

Перейдем к полярным координатам

$$k_x = \xi \cos\psi, k_y = \xi \sin\psi, \xi = \sqrt{k_x^2 + k_y^2},$$

$$x = r \cos\varphi, y = r \sin\varphi; dx dy = r dr d\varphi.$$

Интегрируя (26) получаем [3]:

$$\frac{\exp(ikr)}{r} = \frac{i}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp[i(k_x x + k_y y)]}{\sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}} dk_x dk_y.$$

Это выражение, описывающее поле в плоскости x, y , нетрудно

"продолжить" в пространство. С формальной стороны при таком "продолжении" достаточно в экспоненте под интегралом добавить член $\pm ik_z z$, где $k_z = \sqrt{k^2 - \xi^2}$.

Знак плюс соответствует точкам, лежащим в полупространстве $z > 0$ и волнам, распространяющимся в направлении положительных z .

Итак:

$$\begin{aligned} z \geq 0, \frac{\exp(ikR)}{R} &= \frac{i}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} \exp[i(k_x x + k_y y + k_z z)] \frac{dk_x dk_y}{k_z}, \\ z \leq 0, \frac{\exp(ikR)}{R} &= \frac{i}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} \exp[i(k_x x + k_y y - k_z z)] \frac{dk_x dk_y}{k_z}. \end{aligned} \quad (27)$$

Выражение (27) представляют собой разложение сферической волны по плоским. Теперь нетрудно получить и выражение для отраженной волны в виде суперпозиций плоских волн. Пусть излучатель находится в точке $r = 0, z = z_0$ (рис. 2)

Плоскость $z = 0$ является границей раздела двух жидкостей. Амплитуда падающей плоской волны вследствие отражения от границы должна быть умножена на коэффициент отражения $V(k_z)$, $k_z = k \cos \theta$, θ – угол падения волны. В результате из (27) мы получаем давление отраженной волны:

$$p_r = \frac{i}{2\pi} \iint_{-\infty}^{\infty} \exp[i(k_x x + k_y y + k_z(z + z_0))] V(k_z) \frac{dk_x dk_y}{k_z}. \quad (28)$$

В полярных координатах будем иметь:

$$p_r = \frac{i}{2\pi} \int_0^{\infty} \exp[ik_z(z + z_0)] V(k_z) \frac{\xi d\xi}{k_z} \int_0^{2\pi} \exp[i\xi r \cos(\varphi - \psi)] d\psi. \quad (28')$$

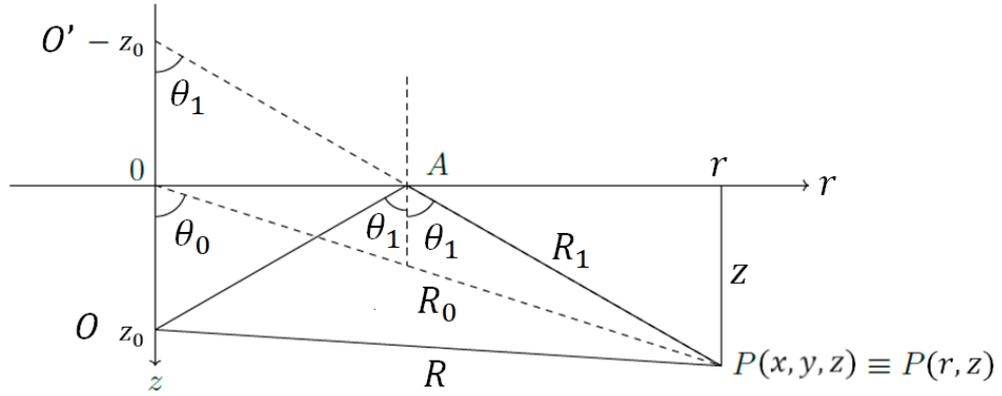


Рис.2. Расположение излучателя O и точки наблюдения P по отношению к границе раздела

Если коэффициент отражения V не зависит от угла падения, то его можно вынести за знак интеграла. Интегрирование (28) дает [3]:

$$p_r = V \frac{\exp(ikR_1)}{R_1}, \quad (29)$$

где $R_1 = [r^2 + (z + z_0)^2]^{1/2}$.

Таким образом, отраженное поле представляет собой сферическую волну, исходящую из мнимого источника O' , с амплитудой V .

Рассмотрим общий случай, т.е. $V(k_z) \neq const$. Отраженное поле на расстояниях, больших по сравнению с длиной волны, можно представить в виде [3]:

$$p_r = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \exp\left(\frac{\pi i}{4}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[iw/\xi\right] V(k_z) \frac{\sqrt{\xi} d\xi}{k_z}, \quad (30)$$

где $w(\xi) = \xi r + k_z(z + z_0)$

Так как $r = R_1 \sin\theta_0$; $z + z_0 = R_1 \cos\theta_0$ (см. рис. 2), то $w(\xi) = R_1(\xi \sin\theta_0 + k_z \cos\theta_0)$, где R_1 – расстояние до мнимого источника. Поскольку предполагается, что R_1 велико по сравнению с длиной волны, экспонента под интегралом в выражении (30) будет быстро меняющейся функцией и интеграл можно оценить методом стационарной фазы. Метод стационарной фазы является частным случаем метода перевала [2,7]. Основной вклад в интеграл будет давать окрестность точки стационарной фазы ξ ,

определяемой из уравнения

$$w'(\xi) = \left(\frac{dw}{d\xi} \right) = 0 \text{ или, учитывая, что } k_z = \sqrt{k^2 - \xi^2}$$

и

$$\frac{dw}{d\xi} = w'_\xi = r - \frac{\xi}{k_z}(z + z_0) = R_1 \left(\sin \theta_0 - \frac{\xi}{k_z} \cos \theta_0 \right).$$

Получаем $\xi_0 = k \sin \theta_0$

Таким образом, точка стационарной фазы соответствует лучу $O'FB$ (рис. 2), для которого горизонтальная компонента волнового вектора как раз будет $\xi_0 = k \sin \theta_0$. Все, что стоит под интегралом в формуле (30), кроме экспоненты, можно вынести за знак интеграла (как медленно меняющуюся функцию) при значении $\xi = \xi_0$, а для оценки интеграла от экспоненты представить $w(\xi)$ в виде разложения в ряд около ξ_0 :

$$w(\xi) = w(\xi_0) + \frac{w'(\xi_0)}{2} (\xi - \xi_0)^2 + \dots$$

В результате вычислений [3] получим:

$$p_r = V(\theta_0) \frac{\exp(ikR_1)}{R_1}. \quad (31)$$

Поле отраженной волны совпадает с полем мнимого излучателя O' , умноженным на коэффициент отражения $V(\theta_0)$. Из вышесказанного следует, что отраженная волна в основном зависит от области границы раздела вблизи точки F (см. рис. 2).

г) Звуковое поле подводного излучателя, расположенного вблизи поверхности жидкости

Рассмотрим звуковое поле точечного ненаправленного источника звука, находящегося в однородной среде вблизи гладкой идеальной (полностью отражающей) поверхности [3,5]. В реальных условиях спокойная, идеально гладкая поверхность моря наблюдается редко. Однако при неровностях границ раздела, размеры которых малы по сравнению с длиной акустической волны, отражение происходит зеркально.

Предположение, что морская среда является однородной, означает, что

скорость звука постоянна по всему объему. Это тоже идеализация, поскольку в реальных условиях распределение скорости звука как по глубине, так и в горизонтальном направлении является следствием совокупного изменения температуры, солености, статического давления, которые следуют сезонным и суточным закономерностям.

На поверхности воды $p = 0, z = 0$ звуковое давление обращается в нуль (это следует из формулы (20) при $V \approx -1$). Звуковое давление должно так же удовлетворять уравнению Гельмгольца (12) и представлять собой уходящую волну при $r, z \rightarrow \infty$. Условие $p = 0$ удовлетворяется, если в качестве выражения для звукового поля взять сумму полей прямой сферической волны (24) и сферической волны, исходящей из некоторого “мнимого” источника, работающего в противофазе в точке $O'(0, -z_0)$, получающегося в результате зеркального отражения источника O от поверхности воды (рис.2). В результате получаем для звукового поля:

$$p = \frac{1}{R} \exp(ikR) - \frac{1}{R_1} \exp(ikR_1), \quad (32)$$

где $R = r^2 + (z - z_0)^2$; $R_1 = r^2 + (z + z_0)^2$.

После несложных тригонометрических преобразований можно получить выражение для модуля амплитуды суммарного давления [4]:

$$|p(z, R)| = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{R_1^2} - \frac{2}{R_1 R} \cos k\Delta R}, \quad (32')$$

где $\Delta R = R - R_1$.

Сложение двух членов в (32) дает в пространстве сравнительно сложную картину.

Рассмотрим звуковое поле на расстоянии R , много большем заглубления излучателя z_0 . При этом в знаменателе обоих членов в (32) R и R_1 можно заменить на $R_0 = \sqrt{r^2 + z^2}$. В результате получим:

$$p = \frac{1}{R_0} \exp(ikR_0) \{ \exp[ik(R - R_0)] - \exp[ik(R_1 - R_0)] \}. \quad (33)$$

Здесь

$$R - R_0 = \sqrt{r^2 + (z - z_0)^2} - R_0 = R_0 \left(\sqrt{1 + \frac{z_0^2 - 2z_0z}{R_0^2}} - 1 \right) \approx \frac{z_0^2 - 2z_0z}{2R_0}. \quad (34)$$

$$R_1 - R_0 \approx \frac{z_0^2 + 2z_0z}{2R_0}. \quad (34')$$

Кроме того, как видно из рис.2 $z/R_0 = \cos \theta_1$.

После подстановки (34) в (33) имеем:

$$p = \frac{1}{R_0} \exp(ikR_0) \exp\left(ik \frac{z_0^2}{2R_0}\right) [\exp(-ikz_0 \cos \theta_1) - \exp(ikz_0 \cos \theta_1)]. \quad (35)$$

Предположим R_0 достаточно большим, чтобы выполнять условие:

$$\frac{kz_0^2}{R_0} \ll 1 \text{ или } \exp\left(ik \frac{z_0^2}{2R_0}\right) \approx 1. \quad (36)$$

Условие (36) означает, что мы находимся в зоне Фраунгофера [4], т.е. достаточно далеко, чтобы линии $0B$, $O'B$, OB можно было считать параллельными, а для разности путей использовать приближенные выражения $R - R_0 = -z_0 \cos \theta_1$, $R_1 - R_0 = z_0 \cos \theta_1$.

Тогда выражение (35) запишется в виде

$$p = \frac{-2i}{R_0} \sin(kz_0 \cos \theta_1) e^{ikR_0}. \quad (37)$$

Для амплитуды звукового давления $|p|$ получаем:

$$|p| = \frac{2}{R_0} |\sin(kz_0 \cos \theta_1)|. \quad (38)$$

Для точечного излучателя в безграничной среде мы имели бы $|p| = \frac{1}{R_0}$.

Таким образом, система – точечный излучатель плюс поверхность воды, эквивалентна излучателю, имеющему диаграмму направленности:

$$F(\theta_1) = 2|\sin(kz_0 \cos \theta_1)|. \quad (39)$$

В направлениях удовлетворяющих условию

$$kz_0 \cos \theta_1 = \pi \left(m + \frac{1}{2} \right); m = 0, 1, 2, \dots \quad (40)$$

давление максимально и равно удвоенному давлению отдельного излучателя. В направлениях же, когда

$$kz_0 \cos \theta_1 = \pi m \quad (40')$$

звуковое давление обращается в нуль.

Диаграмма направленности в зависимости от величины отношения λ/z_0 приведена на рис. 3.

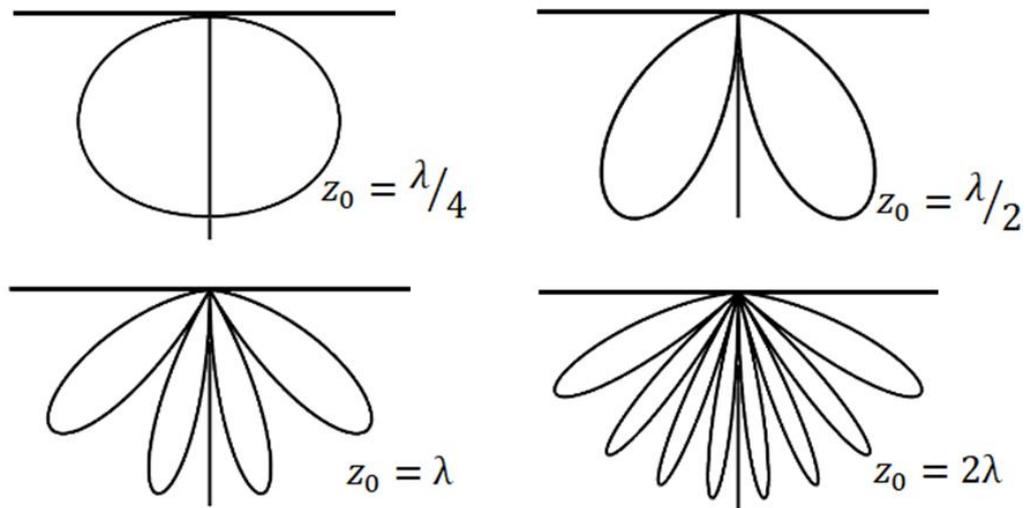


Рис.3. Диаграммы направленности точечного излучателя, находящегося на различных расстояниях от поверхности жидкости

Если заглубление излучателя мало по сравнению с длиной волны, т.е.

$$kz_0 \ll 1, \text{ то } F(\theta_1) = 2kz_0 \cos \theta_1 \quad (41)$$

получаем характеристику направленности как для диполя. Это естественно, так как при малом заглублении излучателя последний вместе с мнимым излучателем образуют акустический диполь, причем амплитуда звукового давления уменьшается с уменьшением z_0 , при этом падает и излучаемая акустическая мощность.

Действительно, при близком расположении к поверхности воды периодическое расширение пульсирующей сферы приводит в основном к

небольшому выпучиванию поверхности воды, не создавая сколько-нибудь существенной звуковой волны в воде. Иначе говоря, при малом заглублении z_0 происходит “акустическое короткое замыкание” нашего излучателя на мнимый излучатель, работающий в противофазе. Таким образом, излучаемая источником полная мощность растет с увеличением z_0 , пока последнее мало. Но при достаточно больших заглублениях z_0 , излучение будет таким же, как и в однородной безграничной среде. Опуская выкладки, запишем отношение мощностей при наличии поверхности воды и в безграничном пространстве [3]:

$$Q/Q_0 = 1 - \frac{\sin 2kz_0}{2kz_0}. \quad (42)$$

На рис. 4 по оси ординат отложено отношение мощностей Q/Q_0 , а по оси абсцисс z_0/λ .

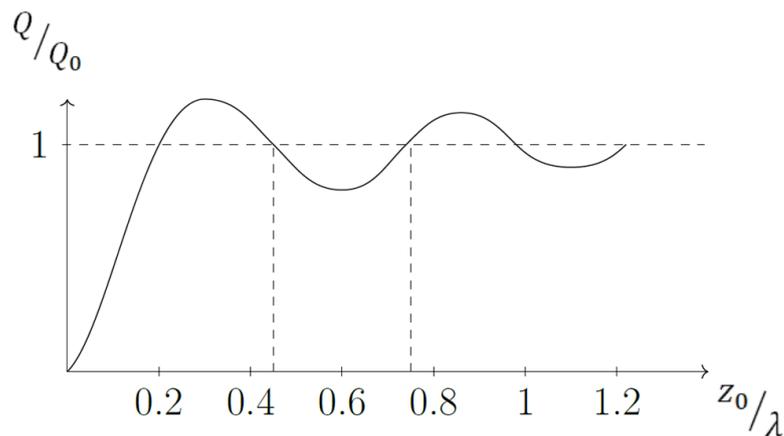


Рис. 4. Зависимость излучаемой мощности от заглубления излучателя

Максимальная отдача источника получается при $z_0/\lambda = 3/8$. При этом $Q \approx 1.2 Q_0$, где Q_0 – излучаемая мощность в безграничном пространстве.

В подводной акустике существенный интерес представляют законы изменения звукового давления с расстоянием при фиксированных глубинах излучателя z_0 и точки наблюдения z . В рассматриваемом случае это кривые с чередующимися интерференционными максимумами и минимумами. На рис.5 качественно показана картина изменения амплитуды результирующего давления в зависимости от расстояния r на фиксированном горизонте z . Как

видно, на сравнительно малых расстояниях минимумы и максимумы повторяются через небольшие по расстоянию интервалы, а по мере увеличения r максимумы растягиваются и на дальних расстояниях давление убывает плавно. Последний максимум соответствует горизонтальному расстоянию r_0 , определяемому из соотношения: $kz_0 \cos \theta_1 = kz_0 z / R_0 \approx kz_0 z / r = \pi/2$

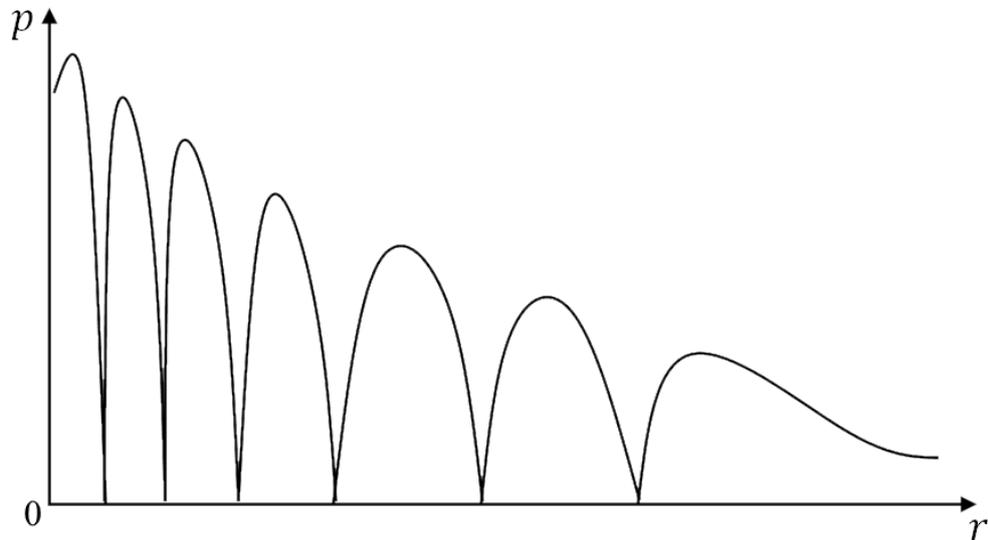


Рис.5. Распределение амплитуды звукового давления вблизи границы раздела в зависимости от горизонтального расстояния от источника

На достаточно больших расстояниях, когда $kz_0 \cos \theta_1 = kz_0 z / R_0 \ll 1$ и в формуле (37) $\sin(kz_0 \cos \theta_1) \approx kz_0 \cos \theta_1$ и звуковое давление спадает монотонно по закону

$$|p| = 2kz_0 z / r^2. \quad (43)$$

Интенсивность звука на этих расстояниях будет убывать обратно пропорционально четвертой степени расстояния.

Описание эксперимента

При работе в непрерывном режиме излучения в ограниченном объеме трудно разделить "полезный прямой" сигнал и сигналы "мешающие" - многократно отраженные от стенок и дна лабораторной ванны. Чтобы отстроиться от многократно отраженных сигналов в работе используется импульсный режим излучения. Причем длительность импульса выбирается

достаточно большой $\omega_0 \tau \gg 1$, так называемый квазимонохроматический сигнал, где ω_0 - частота заполнения, τ - длительность импульса, что обеспечивает достаточную степень точности воспроизведения интерференционной картины, представленную приведенными выше расчетами для монохроматического источника.

Уменьшить влияние отражений от дна и стенок экспериментальной ванны позволяет использование поглощающих покрытий, например, резиновых шторок, а так же направленного источника звука. В этом случае можно считать, что принимаемый сигнал формируется только двумя импульсами - прямым и отраженным от поверхности, но направленность источника делает их неодинаковыми. Однако, зная характеристику направленности излучателя, ввести соответствующие поправки в расчеты не представляет особых трудностей. Так формулу (32) с учетом диаграммы направленности можно записать как

$$p(z, R) = \sqrt{\frac{b^2(\theta_2)}{R^2} + \frac{b^2(\theta_0)}{R_1^2} - 2 \frac{b(\theta_2)b(\theta_0)}{R_1 R} \cos \frac{\omega \Delta R}{c}}, \quad (44)$$

где b – характеристика направленности излучателя, θ_0, θ_2 – углы, под которыми виден приемник из точек расположения мнимого и действительного излучателей (см. рис.2). Характеристика направленности круглой плоской антенны диаметром d , выражается функцией [6]:

$$b(\theta) = \frac{2J_1\left[\left(\frac{\pi d}{\lambda}\right) \cos \theta\right]}{\left(\frac{\pi d}{\lambda}\right) \cos \theta}, \quad (45)$$

где $J_1(z)$ – функция Бесселя первого порядка. При малых значениях параметра $\left(\frac{d}{\lambda}\right) \cos \theta$, характеристику направленности круглой плоской антенны можно оценить как для линейной антенны длиной d :

$$b(\theta) = \frac{\sin\left[\left(\frac{\pi d}{\lambda}\right) \cos \theta\right]}{\left(\frac{\pi d}{\lambda}\right) \cos \theta}. \quad (46)$$

Кратко опишем принцип действия экспериментальной установки, блок-схема которой приведена на рис.6. Ультразвуковая экспериментальная установка представляет собой устройство для излучения и приема

акустических импульсов прямоугольной формы с высокочастотным заполнением.

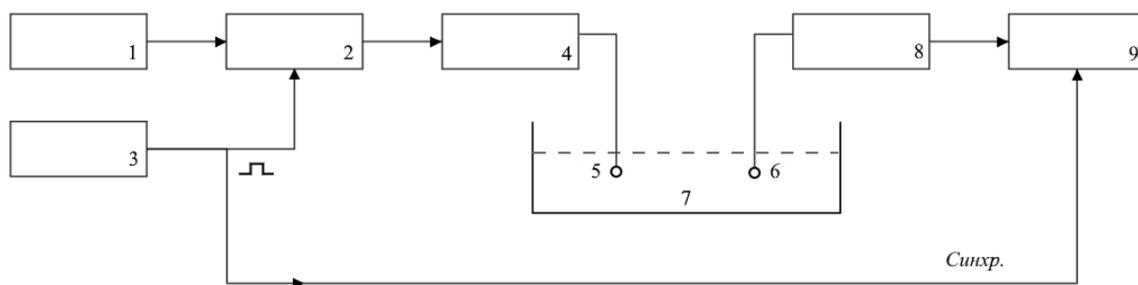


Рис. 6. Блок-схема экспериментальной установки

Высокочастотный сигнал частотой $f_0 \sim 1 \text{ МГц}$ с генератора 1 поступает на формирователь 2, управляемый импульсами с генератора импульсов 3. Длительность импульсов $\tau \sim 100 \text{ мкс}$, частота повторения $F_0 \sim 100 \text{ Гц}$ - могут меняться регулировками, выведенными на лицевую панель прибора. После усиления в усилителе мощности 4 импульс с частотой заполнения f_0 и длительностью τ излучается в воду пьезокерамическим излучателем 5. По прохождении через исследуемую среду 7 акустический импульс принимается пьезокерамическим приемником 6 и после усиления в резонансном усилителе 8 подается на Y - пластины осциллографа 9. Развертка осциллографа синхронизируется импульсным генератором 3. Устройства 1,2,3,4,8 конструктивно выполнены в одном корпусе. Ванна снабжена специальными координатными устройствами, позволяющими перемещать приемный щуп и излучатель по глубине и по горизонтали, а также вращать их в горизонтальной плоскости. Измерение величины, пропорциональной амплитуде звукового давления, проводится по экрану осциллографа при изменении глубины погружения приемного щупа, и при изменении расстояния между щупом и излучателем.

Задания

1. Вывести формулы для коэффициента отражения и прохождения энергии в плоской звуковой волне при падении ее на плоскую границу раздела двух жидких сред.

2. Используя теорию отражения сферических волн оценить линейные размеры той части границы раздела сред, которая наиболее существенным образом влияет на отраженную волну.

3. Получить формулу излучаемой мощности точечным источником, находящимся вблизи границы раздела вода-воздух в зависимости от глубины погружения z_0 (формула 43).

4. Ознакомиться с установкой

5. Опустить излучатель и приемный щуп на одинаковую глубину (около 15-20 см) так, чтобы прямой и отраженный импульсы полностью разделились по времени прихода. Снять характеристику направленности излучателя в горизонтальной плоскости, считая, что для излучателя она будет такой же и в вертикальной плоскости. Измерение проводить в зоне Фраунгофера по отношению к излучателю.

Оценить это расстояние, зная, что размер излучателя $d=10$ мм, рабочая частота $f_0 = 1$ МГц.

Отсчет угла поворота излучателя проводится по лимбу координатного устройства.

6. Выполнить нормировку характеристики направленности: $b(\alpha) = \frac{P(\alpha)}{P(0)}$, где $P(0)$ – давление на оси излучателя, $P(\alpha)$ – давление в направлении, составляющем угол α с осью излучателя.

Построить диаграмму направленности, сопоставив ее с рассчитанной [6], идеализируя излучатель круглым диском диаметра d .

7. Установить излучатель на небольшой глубине (z_0 2-3 см), ориентируя ось его диаграммы направленности горизонтально вдоль ванны. С помощью приемного щупа исследовать распределение звукового давления в ванне. Для этого сделать не менее трех подробных горизонтальных разрезов звукового давления на различных глубинах и трех вертикальных разрезов на разных расстояниях от излучателя.

8. Построить графики зависимости амплитуды давления от расстояния до излучателя и от глубины. По имеющимся экспериментальным данным определить глубину погружения эффективного центра излучателя.

9. Рассчитать распределения амплитуды давления по глубине и по расстоянию на различных глубинах:

1) Пользуясь точной формулой (32')

2) Приближенной формулой (38)

Из экспериментальных данных определить эффективный диаметр излучателя. Пользуясь формулами (44-46), оценить глубину погружения приемника, начиная с которой необходимо учитывать направленность излучателя. Сравнить с результатами проведенного эксперимента.

10. Оценить качественно, как отражается на интерференционной картине:

1) Неровная рассеивающая поверхность.

2) Изменение частоты излучаемого звука.

3) Флуктуационные явления (случайные изменения температуры, плотности и т.д.) вдоль трассы распространения акустических сигналов.

Список литературы

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Том 6 «Гидродинамика». – М.: Наука. 1986. 736 с.
2. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. – М.: Наука. 1973. 343 с.
3. Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П. Теоретические основы акустики океана. – Л.: Гидрометеиздат. 1982. 264 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В ОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ С ПЛОСКОЙ ГРАНИЦЕЙ

Авторы:
Сергей Николаевич Гурбатов
Ирина Юрьевна Грязнова
Игорь Юрьевич Демин и др.

Практикум

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования «Национальный исследовательский Нижегородский
государственный университет им. Н.И. Лобачевского»
603022, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23.